KAPITEL 6

REGNING OG MATEMATIK

i. 7. skoleår

Formål.

Formålet med regne- og matematikundervisningen er:

at bibringe eleverne kundskaber og færdigheder,

at opøve og anvende de færdigheder i regning, som eleverne får brug for i livet uden for skolen, i familie, samfund og erhverv.,

at give eleverne fortrolighed med geometriens og aritmetikkens enkleste grundbegreber og metoder.

Indhold og omfang.

1. skoleår.

1. Addition i talområdet 1—20 uden tierovergang.
2. Addition i talområdet 1-100 med øvelser i tierovergang ved 10, men ikke på højere trin.
3. Subtraktion i talområdet 1-20 uden tierovergang.
4. Subtraktion i talområdet 1-100 uden tierovergang.
   (Først når eleverne er blevet sikre i talområdet 1-20, går man trinvis videre til 100.)
5. Rækketælling med tallene 2-5 samt 10.
6. I takt med voksende talforståelse indøves additions- og subtraktionstabellerne grundigt. For subtraktionstabellernes vedkommende dog ikke minuend over 10.
7. Der stiftes bekendtskab med benævnelserne kr. og øre samt m og cm. (Ingen omsætninger.)
8. Tekstopgaver.
   Der arbejdes kun med tekstopgaver i mundtlig regning. Læreren må mundtligt forme opgaverne eller give dem en skriftlig form, som børnene forstår (f. eks. ved hjælp af tegninger). Børnene opøves i selv at lave »regnehistorier« om de nøgne tal.

2. skoleår.

1. Addition med tierovergang udvides indtil 1000, højst 3 addender.
2. Subtraktion udvides indtil 1000 med tierovergang.
3. Additions- og subtraktionstabellerne øves grundigt og bør ved årets slutning være lært.
4. Indledende øvelser i multiplikation af 1-cifrede benævnte tal med tallene 1-5 og 10.
5. Af nye benævnelser læres begreberne: km og dm, 1 og dl samt kg og g.
   Opgaver med tidligere lærte og nye benævnelser.
   Lette omsætningsopgaver inden for kr. og øre.
6. Tekstopgaver.

Læsefærdigheden hos børnene vil i almindelighed ikke før i slutningen af året være tilstrækkelig udviklet til, at de kan læse tekstopgaver på egen hånd. Opgaverne kan behandles efter oplæsning af læreren.

3. skoleår.

1. Talrækken udvides indtil 10000.
2. Addition og subtraktion, herunder tabeløvelser, fortsættes.
3. Multiplikation med 1-cifret multiplikator.
   Multiplikationstabellerne indøves.
4. Multiplikation med indtil 2-cifret multiplikator og indtil 3-cifret multiplikand.
5. Af nye benævnelser læres begreberne: år, måneder, uger, døgn, timer, minutter og sekunder.
   Lette omsætningsøvelser inden for tidsbegrebet.
   Omsætningsøvelser inden for de tidligere lærte benævnelser anvendt på regningsarterne addition, subtraktion og multiplikation, dog aldrig mere end 2 benævnelser inden for samme opgave.
6. Tekstopgaver.
   Opgaverne må være letlæselige og bør som regel kun kræve én regningsart.
   a. Lette opgaver i addition og subtraktion.
   b. Lette øvelser med prisberegninger ud fra opgiven pris pr. enhed.
   c. Simple »regninger«, f. eks. hvad koster 2 1 mælk, 1 dl fløde og 1 kg smør.

4. skoleår.

1. Talrækken udvides.
2. Fortsatte øvelser i addition, subtraktion og multiplikation.
   Multiplikationstabellerne læres.
3. Multiplikation med indtil 3-cifret multiplikator.
4. Måling (1-cifret måletal og 10).
   Ligedeling af benævnte tal med 1-cifret divisor og 10.
   Divisionstabellerne læres.
5. Brøkbegreberne $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$ og eventuelt $\frac{1}{100}$ og $\frac{1}{1000}$ indføres.
   Beregning af $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, }, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$ og eventuelt $\frac{1}{100}$ og $\frac{1}{1000}$ af benævnte tal.
6. Begrebet rest indføres.
7. Decimaltal indføres.
   Addition og subtraktion af tal med højst 3 decimaler.
   Multiplikation af decimaltal med hel multiplikator.
   Lette omsætninger af blandede størrelser til decimaltal og omvendt inden for meter- og møntsystemet.
8. Begreberne dusin, stk. og snese indføres.
   Lette omsætninger, men uden regning med begreberne.
9. Tabeløvelser i de 4 regningsarter.
10. Tekstopgaver.

    Opgaverne bør være letlæselige, og stoffet må i vid udstrækning indlæres og øves gennem situationer, som er livsnære og meningsfyldte, f. eks. hjem, skole, fritidsbeskæftigelse etc. Opgaverne må som oftest ikke indeholde regneproblemer, der giver anledning til brug af mere end én af de fire regningsarter. Man kan dog anvende enkelte opgaver, der kræver brug af to regningsarter, når det drejer sig om ganske let gennemskuelige problemer.

Eleverne bør i 4. skoleår arbejde med:

1. Prisberegninger:
   a. Fortsatte øvelser med prisberegninger ud fra opgiven pris pr. enhed (prisen opgivet i hele tal eller decimaltal - antallet opgivet i hele tal)..
   b. Beregning af pris pr. enhed, når partiprisen er opgivet (partiet højst 10).
   c. Beregning af pris på halvdelen, en tredjedel, en fjerdedel, en femte-

del og en tiendedel af enheden, når prisen på enheden er opgivet.
   - d. Opstilling og udregning af lette »regninger«.
   - e. Simple handelsopgaver med problemerne rest, købs- og salgspris samt fortjeneste og tab.
2. Lette opgaver i målingsdivision (måletallet højst 10).

5. skoleår.

1. Fortsatte øvelser i addition, subtraktion, multiplikation og division.
2. Måling og ligedeling med indtil 2-cifret måletal.
   Division af decimaltal med 1- og 2-cifret divisor.
3. Hele metersystemet gøres færdigt.
   Regning med mønt, mål og vægt.
   De tidligere lærte benævnelser samt hl, hkg og ton.
4. Tabellerne vedligeholdes.
5. Brøkregning:
   - a. Begreberne ægte og uægte brøk samt blandede tal.
   - b. Omskrivning af uægte brøker til hele og blandede tal og omvendt.
   - c. Addition og subtraktion af ensbenævnte brøker (største nævner 12).
   - d. Forlængning og forkortning af simple brøker.
   - e. Beregning af brøkdele af hele tal.
6. Tekstopgaver.

   Opgaverne bør stadig være livsnære og meningsfyldte og problemerne gennemskuelige. Emner som f. eks. betaling for arbejde, påklædning, telefon, post, telegraf, rejser med tog, sporvogn og fly, arrangement af skoleture, julefester o. 1. kan anvendes. Opgaverne bør i almindelighed ikke indeholde problemer, der kræver anvendelse af mere end to regningsarter.

   Opgaverne bør fortsat være så simple, at selve regneoperationen ikke volder vanskelighed.

Eleverne bør i 5. skoleår arbejde med:

1. Prisberegning:
   - a. Fortsatte øvelser inden for tidligere lært område, således at talproblemerne udvides til at omfatte division med 2-cifret divisor samt beregning af brøkdele til og med tiendedele.
   - b. Opgaver i at finde pris på et antal af enheden, når man kender prisen på et andet antal af enheden.
   - c. Handelsregning udvides til at omfatte svind og rabat.
2. Opgaver af lignende sværhedsgrad som de under 1. nævnte, men med de øvrige lærte benævnelser, idet man, hvor det er muligt, anvender anskuelsesmidler og tegninger.
   Som eksempler kan nævnes:
   Udregning af længden af et hegn omkring en mark og udregning af, hvor langt en bil kører i løbet af et antal timer, når gennemsnitshastigheden pr. time er opgivet.
3. Opgaver i målingsdivision udvides, således at måletallet bliver 2-cifret.

6.-7. skoleår.

1. Repetition af regning med hele tal fortrinsvis anvendt i praktiske opgaver.

2. *Decimaltal.*

   Repetition af tidligere lært stof.
   Multiplikation og division med decimaltal (højst 4 decimaler i facit).
   Afrunding af decimaltal.

3- *Brøk.*

   Repetition af tidligere lært stof.
   Addition og subtraktion af uens benævnte brøker.
   Største nævner skal angive fællesnævner og må højst være 36 eller en potens af 10.
   Multiplikation og division med hele tal.
   Simple brøkers omskrivning til decimaltal og omvendt.

4. *Omkreds, areal og rumfang.*

   Omkreds af rektangel og cirkel.
   Areal af kvadrat, rektangel, trekant og cirkel.
   Overflade og rumfang af kasse.
   Overflade og rumfang af cylinder.
   Herunder skal eleverne lære at forstå enkle bogstavformler og at løse opgaver ved direkte indsættelse i sådanne.

5. *Procentregning.*

   Ligefrem procentregning med hele tal, decimaltal og blandede tal, hvor brøkerne er i, -i, i eller f.
   Eleverne opøves i at finde en procentdel af en størrelse og gennem simple opgaver at udtrykke en størrelse i procent af en anden størrelse.

6. *Rentesregning.*

   Renten af en given kapital i en given tid (et givet antal måneder).

7. *Fremmed mønt.*

   Simple opgaver i omsætning af fremmed mønt med forholdet 1:100 til dansk mønt.
   Pund, shilling og pence (£, s og d) omtales.

8. *Forholds-, delings- og gennemsnitsregning.*

   Opgaver, der omfatter de i det praktiske liv almindeligt forekommende simple problemer.

9. *Værdipapirer* (aktier og obligationer) omtales.

10. *Kontrolprøver.*

    Let tilgængelige kontrolprøver indarbejdes.

For de elever på a- og c-linjen, der magter det, samt for alle elever på ***b-linjen*** *gælder endvidere følgende:*

ad 1. Under repetitionen af regning med hele tal udledes de almengyldige regneregler og formuleres med bogstaver.

ad 3. Ved addition og subtraktion: Fællesnævner i almindelighed højst 36 eller en potens af 10, uden at størst forekommende nævner behøver at være fællesnævner.
Multiplikation med brøker medtages.
De almengyldige regneregler for brøker udledes og formuleres med bogstaver og bruges i ganske lette eksempler.

ad 4. Her medtages lette opgaver, hvor man ved hjælp af en formel finder en hvilken som helst i denne ukendt størrelse af 1. grad, når de andre er opgivet.

ad 6. Tiden kan være et antal dage, der er en passende del af et år.

ad 7. Omsætning fra dansk mønt til fremmed mønt medtages.

ad 8. Ved at anvende enkle opgaver, der lettest: lader sig løse ved ligning, indføres eleverne i den elementære del af ligningsmetoden.

ad 9. Regning med aktiers og obligationers kursværdi, rente og udbytte (dividende).

11. *Tekstopgaver.*

Tekstopgaverne må være formuleret i et varieret, men for eleverne letfatteligt sprog, således at teksterne i sig selv ikke frembyder store vanskeligheder.

Opgaverne bør indeholde få og let gennemskuelige problemer.

Mange gode anskuelsesmidler bør anvendes. Det anbefales at anvende hyppige repetitioner. Tempoet må ikke forceres, da en del elever vel kan magte opgaver af nogen sværhedsgrad, men behøver forholdsvis lang tid til at forstå stoffet og leve sig ind i dets problemer.

Der bør være mange opgaver, der behandler samme problem, men hentet fra forskellige praktiske områder og stillet i varieret udformning.

Opgaverne må behandle emner fra den verden, der omgiver eleverne, og som de lærer om i skolens øvrige fag. Familiens daglige tilværelse kan være et godt grundlag for mange opgaver. Prisberegninger af enhver art, notaer, regninger o. 1. frembyder mange emner, der stammer fra dagliglivet (købmand, slagter, mejeri m. fl.). Arbejdet med disse vil direkte lede **til,** at man i 7. skoleår kommer ind på regnskabsføring (kassebog uden specifikationer).

Desuden fører problemer fra dagliglivet som gennemsnitsberegning af løn, pris og temperaturer ind på andre områder, ligesom det daglige arbejde med opgaver, der berører trafik, opvarmning, gas, elektricitet, timeløn, månedsløn, simpel akkordløn, procentløn, ferieløn, tantieme osv., vil gøre regneopgaverne til livsnært stof for eleverne. Eleverne bör arbejde med begreberne fortjeneste, tab, svind, opsparing og lån. Rejser i fremmede lande samt handel med firmaer i fremmede lande kan danne grundlaget for opgaver, hvor eleverne opøves i at arbejde med omregning af fremmed mønt.

Grafiske fremstillinger ved hjælp af simple figurer kan medtages.

De elever på a- og c-linjen, der magter det, og alle elever på b-linjen bør gennem opgaver opøves i at regne med begreber, hvis terminologi (f. eks. inden for området værdipapirer) ikke tidligere har været kendt af eleverne, ligesom opgaverne for disse elever kan. være af noget større sværhedsgrad.

Metoder og hjælpemidler.

Elementært talkendskab.

Ved undervisningen i regning må man overalt have for øje, at en tilpasning af fordringerne efter elevernes evner er stærkt medvirkende til, at de får interesse for faget og bevarer den.

Man må ikke overvurdere elevernes regneudvikling ved skolegangens begyndelse, og derfor er det rimeligt i den indledende regneundervisning at beskæftige sig med et ret beskedent talområde.

Elevernes første talkendskab må planmæssigt udvides og uddybes. Anskuelsesmidler som kuglerammer, pinde, tegninger, billedmateriale o. 1. tages i anvendelse ved alle øvelser (også i hovedregning), ikke blot til en lærerdemonstration, men således at eleverne aktivt tager del i en grundig anskueliggørelse af de foreliggende problemer. En varieret anvendelse af så anskueligt materiale som muligt bør tilstræbes. Det skulle således blive muligt lidt efter lidt at give børnene den elementære talforståelse, der er en forudsætning for, at taltegnene kommer til at fremtræde som en indlysende lettere måde at angive et antal eller en mængde på, og som muliggør overgangen til almindelig regning med disse taltegn.

Det er ønskeligt, at eleverne ikke for tidligt kommer til at regne med abstrakte tal. Man kan derfor med fordel lade dem udstyre de »nøgne« tal med benævnelser og i begynderundervisningen anvende regnehistorier under lærerens vejledning.

Regnearbejdet vil på denne måde fremtræde for eleverne som en virksomhed, der kan løse visse problemer; disse må være virkelighedsnære og bør derfor hentes fra elevernes egen forestillingskreds, således at tallene helt igennem konkretiseres.

En sådan funktionelt præget regneundervisning vil senere vise sig at give eleverne færdigheder, der glemmes langsommere og har større brugsværdi, end hvis de indlæres gennem en rent formel undervisning.

Regnestof og klassetrin.

De regneområder, der er opført under de forskellige klassetrin, skal betragtes som klassernes normale arbejdsstof. Dette stof bør så vidt muligt disponeres på en sådan måde, at det enkelte barn ikke stilles over for nye problemer, før det skønnes, at det kan magte dem, og aldrig over for opgaver, der er sværere, end at det med rimelig anstrengelse kan løse dem.

Den opstillede stofmængde inden for de forskellige klassetrin er af et sådant omfang, at man skulle have mulighed for virkelig at fordybe sig i stoffet. I almindelighed bør der bruges så megen tid på de enkelte emner, at det lærte får lov at fæstne sig. Herved undgår man, at barnet kommer til at arbejde rent mekanisk på et tidspunkt, hvor forståelsen endnu ikke er tilbundsgående, og man har mulighed for at skabe et mere sikkert grundlag for den efterfølgende undervisning.

De to første skoleår må betragtes som indføringsår, hvor de formelle krav er små, men hvor en intens fordybelse er af afgørende betydning for undervisningens videre forløb.

Årsprøver bør kun afholdes i det stof, der står opført som det normale arbejdsområde for klassetrinnet.

Addition og subtraktion.

Additions- og subtraktionstabellerne må udarbejdes og læres grundigt. Ved addition og subtraktion bør man anvende både den vandrette og den lodrette opstilling.

Det er praktisk, at eleverne gennem addition forberedes til subtraktion.

Når man under addition virkelig forstår, at

3 æbler + 4 æbler = 7 æbler,

vil overgangen være let til

3 æbler + ? æbler — 7 æbler,

der naturligt bringer eleven ind i subtraktion.

Den ovennævnte subtraktionsopgave kan f. eks. formuleres på følgende tre måder:

a. Birte har 7 æbler og spiser 3 æbler. Hvor mange æbler har hun tilbage?
b. Birte har 7 æbler, og Lis har 3 æbler. Hvor mange æbler har Birte flere end Lis?
c. Birte har 3 æbler, og Lis har 7 æbler. Hvor mange æbler mangler Birte i at have lige så mange som Lis?

Disse opgaver, der giver samme facit, er forskellige i udformningen, og alligevel anvendes i hvert tilfælde regnetegnet —.

Multiplikation.

Kontinuiteten i undervisningen bevares, når man bygger på addition ved indførelse i multiplikation, hvor tabellerne primært indøves gennem addition af en række ens addender.

Det er vigtigt, at eleverne ved indlæring af multiplikation lærer at skelne mellem multiplikator og multiplikand både forståelsesmæssigt og i det skriftlige udtryk, og denne skelnen må stadig fastholdes.

Tabellerne bør anskueliggøres. Ved en omhyggelig gennemgang er det muligt at få børnene til at indse, at indøvede tabeller betyder en regnelettelse og ikke et nyt arbejde.

Måling og ligedeling.

Øvelser i division omfatter to grupper:

1. måling (indholdsdivision) og
2. ligedeling.

Disse må indøves hver for sig med et passende mellemrum, så den ene funktion står klart for børnene, inden den anden tages op.

De første forberedende øvelser i divisionen kan tages i tilknytning til multiplikationstabellen i form af »regnehistorier«, f. eks.

3 • 8 == 24 (heraf følgende opgaver):

1. Hvor mange gange kan du tage 8 æbler, når du har 24 æbler? *(måling).*
   Svar: 3 *gange.*
2. 3 drenge skal dele 24 æbler. Hvor mange får hver? *(ligedeling).*
   Svar: 8 *æbler.*

Vi anvender samme tegn (:) for begge regningsarter, men iagttager den store forskel på arterne.

Eksempel på opstilling:

1. Hvor mange kg pærer får Ingrid for 12,90 kr., når 1 kg koster 2,15 kr.?

Dvs.: Hvor mange gange kan Ingrid tage 2,15 kr. fra 12,90 kr.?

12,90 kr. : 2,15 kr. = ? *gange.*

Det fundne antal gange kan hun tage 1 *kg.*

Svar: 6 *kg.*

2. Hvor meget koster 1 kg pærer, når Ingrid køber 6 kg for 12,90 kr.?

Vi *deler* 12,90 kr. i 6 lige store *dele.*

12,90 *kr.* :6 = ? *kr. eller*

$$\frac{12{,}90 \text{ kr.}}{o} = ?\ \textit{kr.}$$

Svar: *2,15 kr.*

1. Eleverne laver historier med *målestykker* til tabellen.
2. Eleverne finder på historier med *delestykker* til tabellen og tegner fordelingen i kladdehæftet.

Sikkerhed i talkombinationer.

Formålet med anvendelse af tabeller inden for alle fire regningsarter er at bibringe eleverne den størst mulige sikkerhed og hurtighed i talbehandlingen.

Tabellerne, der er indarbejdet ved anskuelig regning i konkrete opgaver, må på et vist tidspunkt læres så grundigt, at man »uden at tænke« ved, hvad f. eks. summen af to hvilke som helst encifrede tal er. Man må være opmærksom på, hvilke talkombinationer eleverne har vanskeligheder med, og sætte ind på disse.

I samme takt, som børnenes talområde vokser, må deres viden om disse tal øges. Der bør derfor anvendes tid til at give dem talkendskab. Det må anses for at være af stor værdi for dem at vide, at f. eks. 7 = 3 + 4 eller 2 + 5, og at 42 = 6 • 7 eller 2-21 osv.

Metriske benævnelser.

Forståelsen af de metriske benævnelser må grundlægges ved anskuelsesmidler. Alle børn bør have en lineal inddelt i cm og mm, og i klasseværelset må der være en meterstok inddelt i dm og cm. Det må på samme måde være muligt gennem vægtlodder og vejeøvelser at give børnene tydeligt indtryk af, hvad kg og g er.

Litermål bør anvendes ved demonstration for børnene, ligesom man let kan vise klassen forbindelsen mellem 1 og dl. Man kan f. eks. bruge mælkeflasker på 1 1, $\frac{1}{2}$1 $\frac{1}{4}$1 og $\frac{1}{10}$ 1. I størst mulig udstrækning aktiviseres børnene selv ved at måle og veje, så der opnås fortrolighed med de enkelte benævnelser, inden man går i gang med at omskrive fra én benævnelse til en anden.

En række måleøvelser, herunder afstandsbedømmelser, bør foretages såvel inde i klassen som f. eks. i skolegård eller på sportsplads, så eleverne selv erfarer noget om de størrelser, der tales om. De må omtrent kunne angive 1 m, 1 dm og 1 cm. Resultaterne af vejningen og målingen hos skolelægen kan ligeledes give anledning til i regneundervisningen at underbygge børnenes viden med hensyn til kg og cm.

Når man indfører eleverne i alle enheder inden for metersystemet, tilrådes det, at man stærkt fremhæver de hyppigst anvendte. Komplicerede omsætninger bør undgås, og der bør kun være tale om omsætningsøvelser, der forekommer i dagliglivet. I praksis er den oftest forekommende benævnelse kr. og øre, og derfor bør mange talopgaver være pengeregning.

Brøker og decimaltal.

Regning med brøker indledes i 4. skoleår, hvor børnene stifter bekendtskab med brøkbegrebet. Som ved indledningen til ethvert tidligere regneproblem søger man også her at lette børnene tilegnelsen ved hjælp af modeller, tegninger o. l., idet man søger at få dem gjort aktive.

Eleverne må i 4. skoleår nå til at få indtryk af, hvad en brøkdel betyder, så de har en helt klar opfattelse af, at den udtrykker en bestemt del af en større enhed eller et bestemt antal af en mængde.

På senere klassetrin vil man med fordel inden for regning med brøker kunne anvende opgaver af nedenstående typer:

1 tiendedel dm + 6 tiendedele dm == 7 tiendedele dm
1 cm + 6 cm = 7 cm

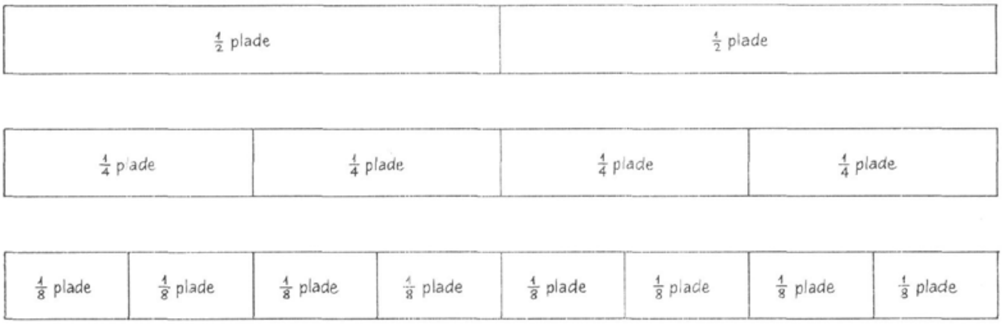
3 tiendedele dm — 2 tiendedele dm = 1 tiendedel dm
3 cm — 2 cm = 1 cm

2 • 2 tiendedele dm = 4 tiendedele dm
2 • 2 cm = 4 cm,

hvorved der skulle blive mulighed for at få eleverne til at indse, at man kan henføre regning vedrørende brøker til regning vedrørende de hele tal uden anvendelse af de mange regler, der findes for brøkregning. Brøkregning bliver ligesom al anden regning lettere, når man regner med benævnte tal.

Forlængning og forkortning af brøker bringes på tale gennem anskuelige forbindelser, f, eks. gennem brøkerne $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ og i, i> *i* og rV samt mellem $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$ og $\frac{1}{1000}$.

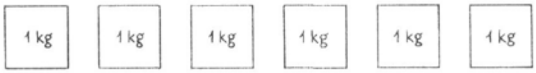
Det vil ikke volde større vanskeligheder at få børnene til at indse, f. eks. efter tegning, at $\frac{1}{}$ plade chokolade er det samme som $\frac{4}{}$ plade.



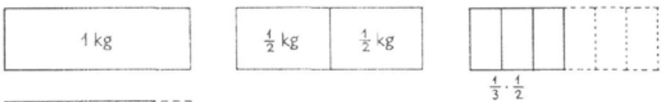
Forståelsen af multiplikation af brøk med helt tal eller brøk og division af brøk med helt tal kan indøves på lignende måde.

3 · 3 tiendedele km = 9 tiendedele km
3 · 300 m = 900 m

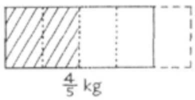
$\frac{1}{2} \cdot 6$ kg



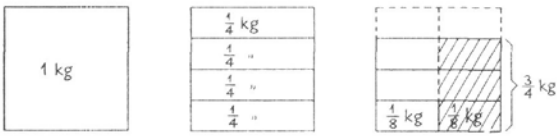
$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$ kg



$\frac{4}{5}$ kg : 2



$\frac{3}{4}$ kg : 2



$\frac{6}{8}$ kg : 2 = $\frac{3}{8}$ kg

Eleverne må endvidere lære at udtrykke en del af en helhed eller en mængde som en brøkdel.

På et ret tidligt tidspunkt er børnene klare over, hvor stor en del de får af et æble, hvis to, tre eller fire deler det.

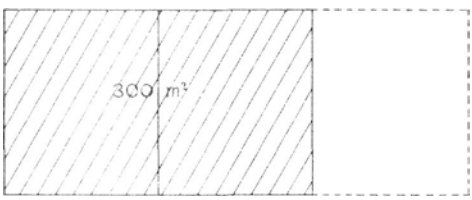
Vælger eleverne 10 cm på deres lineal, kan de f. eks. udtrykke 5 cm, 1 cm, 3 cm osv. som en brøkdel af de 10 cm.

Også ved tegninger kan regnefunktionen indøves. I regnehæftet eller på tavlen kan tegnes et rektangel over 24 kvadrater. Opgaven kan da blive at farve nogle kvadrater og angive det farvede som en brøkdel af det hele.

Inden for visse benævnelser er det en stor lettelse i mange regnesituationer, hvis eleverne med sikkerhed ved, f. eks. hvor stor en brøkdel 500 g, 250 g, 125 g, 100 g og 50 g er af 1 kg.

I 7. skoleår må det være muligt, når brøkdelen er opgivet, at finde frem til helheden. Opgaver af denne art må have virkelighedspræg. Også på dette regneområde kan en tegning virke anskueliggørende.

En græsplæne i en have er 300 m^2 og dækker *j* af havearealet. Hvor stor er haven?



Almindelige brøker med nævner 2, 4, 5, 8, 10, 20, 25 og 50 må kunne omsættes til decimaltal, og omskrivningen indøves, så at eleverne også kan klare opgaver med sådanne brøker, selv om kundskaberne i almindelig brøkregning skulle være mangelfulde.

Omskrivningen af ovennævnte brøker til decimaltal og disse decimaltals omskrivning til brøk bør efterhånden foregå tabelmæssigt.

Decimaltallene kan indøves gennem brøkbegrebet, metersystemet eller gennem positionssystemet, hvor man går ud fra den decimale skrivemådes deling i størrelsesenheder og derfra fører børnene til den erkendelse, at kommaet adskiller hele tal og brøktal fra hinanden. Det må stå klart for dem, at disse brøktal fremstiller et bestemt antal, som svarer til vort talsystems decimale opbygning.

I almindelighed volder regningen med decimaltal kun få vanskeligheder, og disse forekommer ved multiplikation og division, når multiplikator og divisor er decimaltal. De to regneproblemer må derfor have en indgående behandling, så børnene ikke fristes til en mekanisk tilegnelse af løsningsmåden.

Ved regning med decimaltal er det særdeles vigtigt at kunne skønne over, om regnestykket er rigtigt, så man undgår grove regnefejl som fejlplacering af kommaet. Det skal således først og fremmest være på grundlag af forståelse og indsigt og ikke ved hjælp af en regel, at eleverne placerer kommaet rigtigt. Reglen kan senere fremkomme som et resultat af forståelsen.

Måling og beregning af flader (areal).

(Indføring i flademålsbegrebet.)

Forståelsen af begrebet flademål bør grundlægges gennem anskuelsesmidler. Nedenfor anføres eksempler på, hvorledes eleverne på anskuelig måde kan føres ind i flademålsbegrebet. Af hjælpemidler er anvendt kvadreret millimeter-centimeterpapir, saks, et bindemiddel (f. eks. celluloseklister) og et kladdehæfte til indklæbning af figurerne.

Der henvises til de udklippede figurer og fremgangsmåden side 83-85.

Det vil af redegørelsen fremgå, hvorledes det er muligt for eleverne gennem selvvirksomhed at foretage ræsonnementer og selv udlede formlerne for almindelige figurer: kvadrat, rektangel, parallelogram, trekant og cirkel.

Når eleverne har været gennem de anførte målinger og beregninger, vil der i og uden for klasseværelset være rig lejlighed for eleverne til at måle og beregne arealet af forskellige flader, f. eks. regnebog, kladdehæfte, bordfladen, katederfladen, vægbilleder, vinduesruder, gulvet i klassen, væggene, døren, gange og korridorer, legeplads, sportsplads, gymnastiksal,

Fladernål (areal).

Fig. 1: Beskriv figuren. (En firkant; alle fire sider lige store; alle vinkler er rette. Figuren kaldes el *kvadrat).* Omkredsen?

Fig. 2: Beskriv figuren. Et kvadrat med siderne 1 cm kaldes en *kvadratcentimeter.* Skrives: *1 cm*^{2}.
Fig. 1 == ? cm^2; fig. 3 = ? cm^2. Omkredsen?
Længde og bredde, højde (h) og grundlinje (g) omtales.

Fig. 4: Målebånd klippes ud. (36 cm^2). En figur med rette vinkler og med de modstående sider lige store kaldes et *rektangel.* Omkredsen?

Fig. 5, 6 og 7: Rektangler med samme fladeindhold som fig, 3 og 4.
Eleverne ledes til selv at finde h og g i disse rektangler. Omkredsen = ?
Formlen for rektanglets flademål udledes: (h • g). Opgaver!

Fig. 1

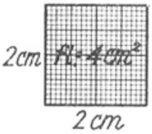


Fig. 2

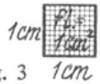


Fig. 4

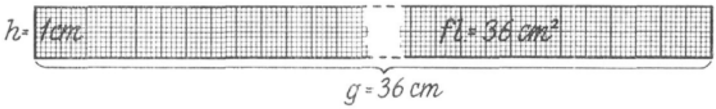


Fig. 3

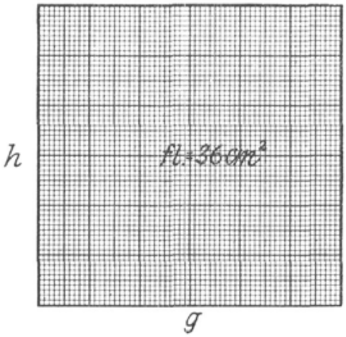


Fig. 5

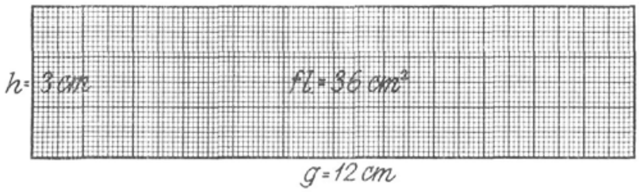
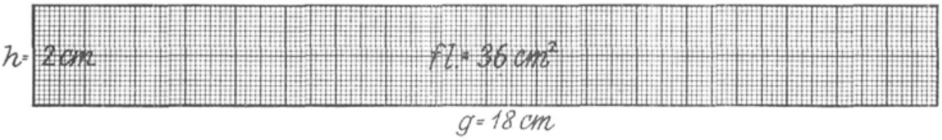


Fig. 6



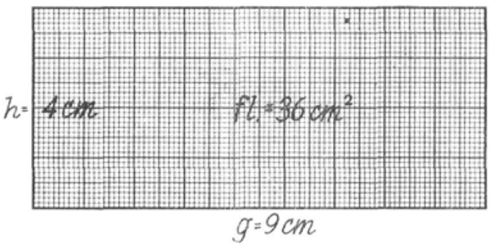


Fig. 7

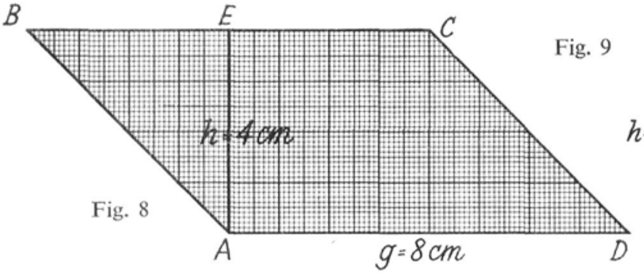


Fig. 8

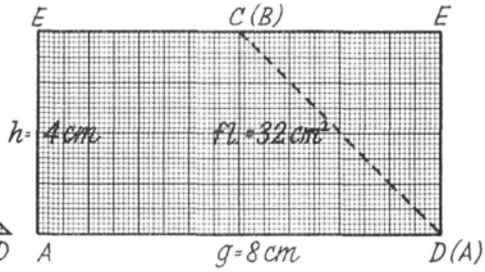


Fig. 9

Fig. 8: Klip et rektangel med h = 4 cm og g= 12 cm. Klip A-B og C--D. Vi får nu en firkant; de modstående sider er lige store og parvis parallelle. Figuren kaldes et *parallelogram.* Grundlinje og højde omtales.

Fig. 9: Klip trekant ABE fra parallelogrammet og læg AB langs linjen CD. Vi får et rektangel med samme flademål som parallelogrammets.
Formlen udledes: Flademålet = g • h. Opgaver!

Fig. 10: Klip et rektangel med g = 18 cm; h = 12 cm. Afsæt mærke B (6 cm fra højre).
Klip A-B og B-C. Grundlinje (g) og højde (h) forklares.
Foldning: Drej A om linjen G-H, B om linjen G-F og C om linjen E-F. Efter foldningen fås *2* lige store rektangler (h = 6 cm, g = 9 cm). De to rektanglers flademål = 2 • (6 • 9) cm^2 = *108* cm^2. Trekantens h = 12 cm, g = 18 cm.
Formlen for trekantens flademål udledes: $\frac{1}{2}$ g • h.
($\frac{1}{2}$ h • g) cm^2 = 108 cm^2.
Opgaver!

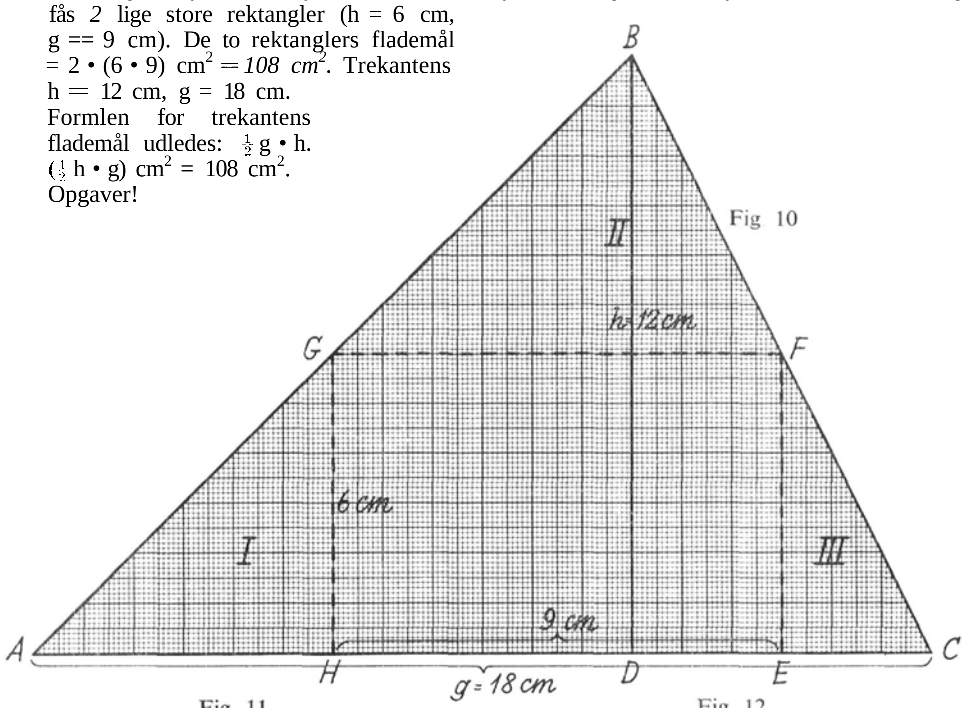


Fig 10

Fig. 11

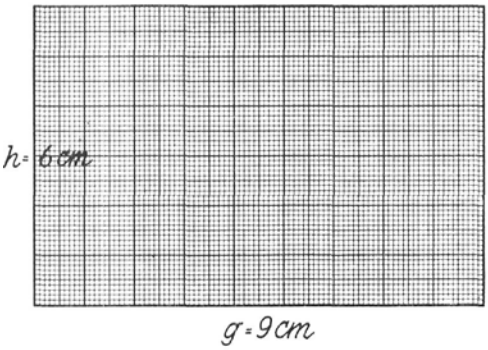
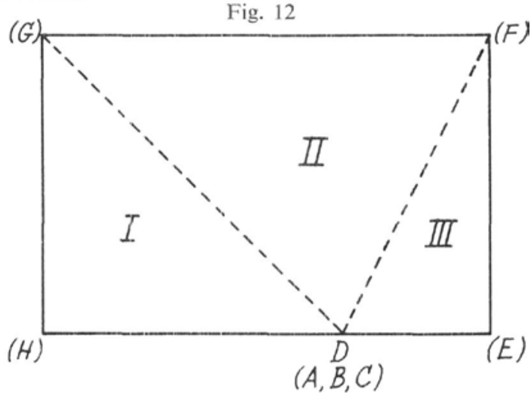


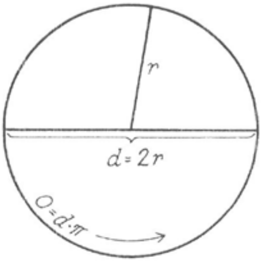
Fig. 12



Cirklens omkreds og flademål.

Klip et lille målebånd ud af millimeterpapiret. Fastgør den ene ende af målebåndet med en tegnestift. Stik et lille hul med en spids blyant f. eks. i en afstand af $2\frac{1}{2}$ cm fra tegnestiften. Før blyanten rundt, og vi får en cirkel. Begreberne: Cirkellinje (cirkelperiferi), omkreds, radius og diameter omtales, se fig. 13. Tegn i kladdehæftet omkredsen af en mælkeflaske ($\frac{1}{10}$ liter eller $\frac{1}{4}$ liter), en tokrone, et blækhus; bunden eller låget af en dåse el. lign. kan også anvendes. Brug målebåndet og find omkredsens og diameterens længde.

Fig. 13



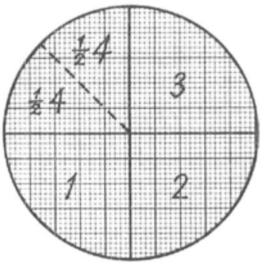
Beregn forholdet mellem omkreds og diameter $\left(\frac{o}{d}\right)$. – I fig. 13 er diameteren 5 cm, omkredsen 15,7 cm. Forholdet mellem o og d $\left(\frac{o}{d} = \frac{15,7}{5}\right)$.

Måling: Hvor mange gange kan jeg tage 5 cm af 15,7 cm? – 3,14 *gange.* Hvilket resultat fik du ud af dine målinger?

Begrebet $\frac{22}{7}$ (3,14) (π) omtales. π er et græsk bogstav. Formlen udledes: $o = \pi \cdot d$, eller $\pi \cdot 2r$.

Opgaver!

Fig. 14



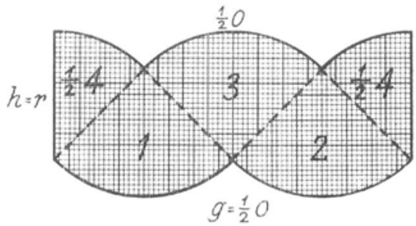
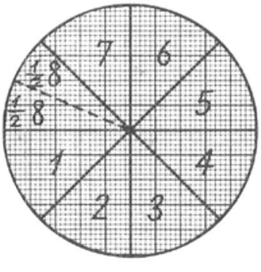


Fig. 14a

Fig. 15



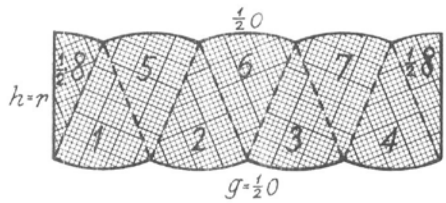
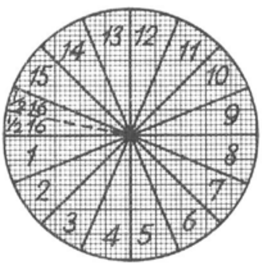


Fig. 15a

Fig. 16



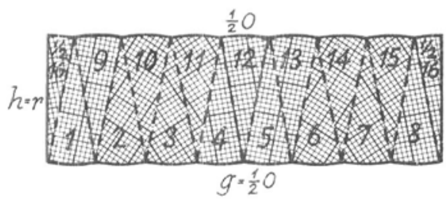


Fig. 16a

Fig. 14, 15 og 16: Klip 3 cirkelflader (r = $2\frac{1}{2}$ cm) og yderligere 3 med samme flademål. De sidste 3 deles i henholdsvis 4, 8 og 16 lige store dele. Se fig. 14a, 15a og 16a.

Eleverne vil skønne, at hvis vi øger delingen af cirkelfladen i »uendelig« mange lige store dele, vil cirkellinjen nærme sig den rette linje, og vi vil stort set få en figur af form som et rektangel med højde = radius og med en grundlinje = det halve af omkredsen, ($h = r$, $g = \frac{1}{2}o$).

Rektanglets areal $= h \cdot g = r \cdot \frac{1}{2}o = r \cdot \frac{1}{2}d \cdot \frac{22}{7} == r \cdot \frac{1}{2} \cdot 2r \cdot \frac{22}{7} = r^2 \cdot {}^{2}$-*K* Opgaver!

Vi måler alle flader i kvadrater. Efter sidernes længde hedder flademålene: m^2, dm^2, cm^2, mm^2. Kvadrater, hvis grundlinje og højde er: 10 m, kaldes ar (a); 100 m, hektar (ha); 1000 m (1 km), km^2.

Overflade og rumfang (firsidet prisme (kasse) og en cylinder). De respektive former beklædes med kvadreret millimeterpapir. Papiret fæstes meget løst; for cylinderens vedkommende anskueliggøres her let cirkelfladerne og cylinderfladen (et rektangel). Disse forøvelser kan være en anskuelig indgang til rumfangsbegrebet og beregningen af rumfanget.

Procentregning.

Definerer man 4 % som $\frac{4}{100}$, vil regneproblemet ved procentregning ikke føles særlig stort.

Eleverne kan i deres hæfte tegne et kvadrat bestående af 100 små kvadrater. Et lille kvadrat farves, og de angiver, hvor stor en del det er af det store. På lignende måde gennemføres en række øvelser for de almindeligste procenttal, og man får således anskueliggjort forbindelsen mellem procenttallene og de tilsvarende brøker.

Omskrivning af brøker til procent bør øves tabelmæssigt, f. eks.:

$\frac{1}{100}$ – 1 %
$\frac{100}{100}$ – 100 %
$\frac{1}{2}$ – 50 %
$\frac{1}{4}$ – 25 %
$\frac{1}{8}$ – $12\frac{1}{2}$ %
$\frac{3}{4}$ – 75 %
$\frac{1}{5}$ – 20 %
$\frac{1}{10}$ – 10 %
$\frac{1}{3}$ – $33\frac{1}{3}$ %
$\frac{2}{3}$ – $66\frac{2}{3}$ %

Skønsmæssig beregning.

De fleste af de regneopgaver, man kommer ud for i skolen, kræver et nøjagtigt facit, mens man i praksis ofte kun har interesse i at kende det omtrentlige resultat.

Skolens regneundervisning bør også tage sigte på en vis skønsmæssig beregning og indøve eleverne heri.

Kontrolprøver.

En sådan skønsmæssig vurdering er endvidere et middel til regnekontrol, idet facits sandsynlighed i et overordentlig stort antal regneproblemer lader sig kontrollere ved skøn.

Det er tilrådeligt, at andre kontrolformer indarbejdes hele skoletiden igennem.

Additionsopgaver kontrolleres ved sammentælling nedefra og op.

Ved subtraktion anvendes subtraktionsprøven.

Multiplikation kontrolleres ved at ombytte multiplikator og multiplikand.

Ved division anvendes divisionsprøven.

Tekstopgaver.

Gennem alle klasser må læreren opøve eleverne i at læse teksten og forstå dens indhold.

Det vil være værdifuldt, at læreren undertiden opfordrer eleverne til selv at forme teksten til opgaver, når regneproblemet egner sig dertil.

Hovedregning.

Hovedregning anvendes hele skoletiden igennem til at

1. indøve nye problemer,
2. vedligeholde tidligere lært stof,
3. underbygge for svagt indlærte regneproblemer.,
4. fæstne talsikkerheden.

Det vil være hensigtsmæssigt i det første skoleår udelukkende at bruge det første par måneder til hovedregning. Når man derefter går over til skriftlige opgaver, bevares denne hovedregning som indledning til timerne, hvor man må tilstræbe at finde opgaver af passende sværhedsgrad for eleverne. Man må lægge stor vægt på aktivisering af dem, og man må have for øje, at hovedregning ikke blot er taltræning, men også omfatter tekstopgaver.

Læreren må være opmærksom på, at hovedregningen også til en vis grad tages i anvendelse ved løsningen af skriftlige opgaver, så at eleverne ikke forsøger at løse selv lette opgaver ved hjælp af blyant og papir. Man må dog tage i betragtning, at en del af børnene har svært ved at huske tallene, hvorfor der bør være mulighed for at notere enkelte støttetal under hovedregningen.

Regneprøver.

Når et regneafsnit er behandlet, er det for lærerens planlægning af den efterfølgende undervisning værdifuldt at gennemføre en prøve, så eleverne får lejlighed til at vise, hvordan de har tilegnet sig nævnte afsnit.

Prøveresultaterne viser læreren, hvor der er »huller«, og han kan skønne, om det nødvendige kundskabsgrundlag er til stede for indlæringen af det næste regneproblem.

I de standardiserede standpunktsprøver i regning har læreren ligeledes et værdifuldt hjælpemiddel, der kan fortælle ham om klassens og den enkelte elevs standpunkt i forhold til det normale for skolebørn på det pågældende klassetrin. I de standardiserede prøver kan elevernes resultater give værdifulde oplysninger om, hvilke regneproblemer der er indøvet tilstrækkeligt, og hvilke der kræver yderligere undervisning og øvelse.

Da en del elever lettere end andre klarer opgaver fra et stærkt begrænset: og nylig gennemgået område, er det af betydning for læreren i hans bedømmelse af eleverne, at han f. eks. fra 5. skoleår også giver en prøve, som indeholder tekstopgaver fra et større område. Opgaverne må i denne prøve endvidere repræsentere meget forskellige sværhedsgrader. Der må være opgaver, alle elever kan regne, og enkelte opgaver, som kun ganske få elever magter.

Specielt for 6. og 7. skoleår.

Ved overgangen fra 5. skoleår er det i høj grad nødvendigt at repetere det tidligere stof, da klasserne især i 6. skoleår ofte er sammensat af elever fra flere klasser, eventuelt flere skoler.

Hvor det er muligt, er det værdifuldt at lade repetitionen i 6. skoleår forme sig på en sådan måde, at regneproblememe ses ud fra et andet synspunkt, end man anlagde i de forudgående klasser.

Repetitionen i 6. skoleår kan bl. a. forme sig således, at eleverne ikke alene lærer at udføre de og de regnestykker, men også lærer at beskrive, hvordan de gør det.

Alle elever ved f. eks., at

45 øre + 40 øre = 40 øre + 45 øre = 85 øre.

Regneoperationen må beskrives (addition, addend, addendernes orden osv.).

Parenteser har indtil 6. skoleår betydet »Regn mig ud først«. Eleverne skal nu også forstå, hvordan en parentes sættes og hæves, og det kan på en anskuelig måde let vises ved simple regneopgaver.

F. eks.:

Hansen har 500 kr. Han betaler en købmandsregning på 200 kr. og desuden sygekassebidrag på 35 kr. Hvor mange penge har han til rest?
Eleverne ved, at opgaven kan regnes som

500 kr. — 200 kr. — 35 kr. = 265 kr.
eller

500 kr. — (200 kr. + 35 kr.) =
500 kr. — 235 kr. = 265 kr.

De andre almindelige regneregler behandles og formuleres på en lignende måde, så eleverne samtidig med repetitionen får en dybere indsigt i og et øget overblik over regneoperationerne, som de kender fra undervisningen.

De almindelige regneudtryk erstattes med mere anvendte matematiske udtryk (addend, subtrahend, faktor osv.).

Der er her i 6. og 7. skoleår grund til også at understrege, at undervisningen må gennemføres ud fra synspunktet, at eleverne bør nå videst muligt både med hensyn til forståelse og til færdighed inden for deres evners begrænsning.

Det overlades til læreren at finde frem til fordelingen af regnestoffet, men man må sikre de svagere elever tid til fornøden tilegnelse inden for et begrænset område af de nævnte emner, samtidig med at de dygtigere elever når så langt, som deres evner forudsætter inden for de samme emner eller eventuelt helt andre områder.

Bogstavregning.

Det er absolut ønskeligt at skabe den nærmeste forbindelse mellem regne- og matematikundervisningen. Det må være det normale, at regne- og matematikundervisningen i enhver klasse er tillagt samme lærer.

Regnereglerne, der er udledet i 6. skoleår på anskuelig måde, skal ikke tages op på ny som et mål for aritmetikundervisningen, men de kan indgå som et led i den korte repetition af det tidligere lærte, som indleder hele aritmetikundervisningen eller dens enkelte afsnit. Den skal da udformes, som den oprindelig blev udformet i regneundervisningen, gennem taleksempler, dog på en sådan måde, at tankegangen er uafhængig af de specielle tal, som indgår i eksemplet.

Eleverne må efterhånden kunne se en motivering for at anvende bogstaver som symboler for tal. Man må derfor især i begyndelsen stræbe efter at bringe klassen i en situation, hvor der er opstået behov for en sådan anvendelse af bogstaver.

Situationer af denne art fremkaldes særlig let under beskrivelse af almengyldige regneregler, f. eks. ud fra illustrationen $(3 + 5) \cdot 9 = 3 . 9 + 5 . 9$ at formulere reglen $(a$ 4- $b) \cdot c = ae + bc$.

Ligeledes er situationen gunstig for anvendelsen af et bogstav ved visse tilbagegående regneopgaver, herunder også tekstopgaver, hvor mange elever kan opnå nogen lettelse ved at betegne det ubekendte tal med et bogstav og løse en ligning.

En anskuelig indføring i aritmetikken i nøje forbindelse med regneundervisningen bør følges op med en vis træning i bogstavregning med hensyn til lette reduktioner, parenteser og ligninger.

Geometriundervisningen i 7. skoleår.

1. Formålet med geometriundervisningen i 7. skoleår er at give eleverne kendskab til og fortrolighed med en række simple plane og rumlige figurer, at give dem øvelse i at udføre geometriske tegninger smukt og nøjagtigt under anvendelse af passer, lineal, vinkelmåler og tegnetrekant og at vise dem, hvorledes man ved tegning kan beskrive rumlige figurer og ved måling på tegningerne kan løse en række problemer vedrørende disse.
2. Undervisningen kan eksempelvis omfatte:

   Tegning af rektangel, trekant (herunder retvinklet og ligebenet trekant), parallelogram og trapez med foreskrevne sider og vinkler, tegning af en linje parallel med en given gennem et givet punkt eller i en given afstand.

   Tegning af udfoldning af kasser, prismer og pyramider og derigennem fremstilling af rumlige modeller af sådanne legemer i foreskrevne målestoksforhold. I forbindelse med tegningen af udfoldningen bør man også tegne plane snit gennem den rumlige figur. Eleverne skal heraf lære at udnytte en vis viden om den rumlige figur til at aflede andre egenskaber.

   Tegning af simple legemer set fra forskellige sider (retvinklet projektion) og eventuelt øvelse i på grundlag af billedet fra to forskellige sider at tegne billedet af et legeme fra en tredje (billedplanerne vinkelrette på hinanden).

   Bestemmelse af overflade og rumfang af legemer, der kan sammensættes af kasser, andre prismer og pyramider.
3. Om udførelsen af de geometriske figurer bemærkes, at brugen af hjælpemidler ikke skal begrænses til den traditionelle anvendelse af »konstruktion med passer og lineal«, idet hjælpemidlerne bør anvendes på en hvilken som helst måde, der måtte være egnet til en nøjagtig fremstilling af de ønskede figurer.

   Arbejdet med de rumlige figurer kan passende vedrøre de legemer, hvormed eleverne er fortrolige fra dagliglivet, f. eks. huse, tagformer o. 1.

   Bestemmelsen af rumfang må bygge på ubeviste rumfangsformler for de grundlæggende figurer.

Det skal fremhæves, at geometriundervisningen i 7. skoleår bør have karakter af arbejde med de konkrete plane og rumlige figurer, og selv om der naturligvis bør gøres brug af ræsonnementer og udledes visse almindelige resultater af de enkelte undersøgelser, bør der ikke gøres noget forsøg på at påbegynde opbygningen af en egentlig geometrisk teori på grundlag af abstrakte definitioner og abstrakt bevisførelse.

7. skoleårs kursus tilrettelægges således, at det får en selvstændig værdi. En forudsætning herfor er det, at man på trods af den begrænsede geometriske viden, som kan oparbejdes hos eleverne i dette ene år, når frem til at arbejde med problemer, der kan fængsle eleverne, problemer, som er så vanskelige, at det giver en virkelig; tilfredsstillelse at løse dem, men på den anden side så enkle, at det ikke kræver omfattende forkundskaber at forstå deres løsning. Desuden må man stræbe efter et emnevalg, der kan antyde geometriens praktiske anvendelighed.

Kursus kan f.eks. lægges til rette som skitseret i følgende redegørelse*, der falder i fire hovedafsnit (I, II, III og IV): første afsnit skal tjene til at give eleverne fortrolighed med de fundamentale plane figurer og give dem øvelse i at tegne disse nøjagtigt, når visse af deres egenskaber er foreskrevne; det følgende afsnit beskæftiger sig med en række problemer, der lader sig løse på grundlag af det kendskab til de plane figurer, som er givet i første afsnit. Tredje afsnit omhandler retvinklet projektion, og endelig løses i sidste afsnit nogle opgaver vedrørende areal- og rumfangsbestemmelse.

Problemerne i andet afsnit vedrører beskrivelse og analyse af rumlige figurer og løses alle ved, at de tilsyneladende komplicerede figurer opløses i de simple bestanddele, som er velkendt fra de indledende tegneøvelser, hvorefter der udføres nøjagtige tegninger af disse bestanddele og udføres målinger på tegningerne. Som supplement til den egentlige geometriske tegning udføres desuden rumlige modeller af de behandlede figurer.

I forbindelse med areal- og rumfangsbestemmelserne i sidste afsnit vænnes eleverne bl. a. til at formulere undersøgelsernes resultater i en generel form (opstille formler).

Det emneområde, som der i det foreliggende forslag peges på, er så mangesidigt, at det skulle være muligt at tilrettelægge et kursus på dette grundlag på en sådan måde, at eleverne kan blive beskæftiget med problemer, der er afpasset efter deres formåen. Det må betones, at det her angivne kursus rummer opgaver, der normalt ikke vil kunne nås i alle klasser (f. eks. opgaverne med tresidet pyramide).

*) Foredrag holdt 29. april 1959 i Matematiklærerforeningen for København og Omegn af lektor O. Rindung.

Kursus i geometri.

I.

Eleverne skal alle være i besiddelse af følgende tegnerekvisitter: lineal med millimeterinddeling i en længde af mindst 25 cm, tegnetrekant med kateter i en længde af mindst 15 cm, vinkelmåler, passer (evt. også målepasser).

De geometriske tegninger udføres på ulinjerede løsblade af god papirkvalitet, som samles i en arbejdsmappe.

§ 1. Punkt, linjestykke, halvlinje, linje. De nævnte figurer introduceres på sædvanlig måde, og eleverne øves i at tegne et linjestykke nøjagtigt med en foreskreven længde og at måle et tegnet linjestykke med størst mulig nøjagtighed.

§ 2. Vinkel.

Der tegnes vinkler af forskellig størrelse (dog alle mindre end 180°), og eleverne øves i at måle en vinkel med vinkelmåleren og at tegne en vinkel med foreskrevne gradantal.

§ 3. Ret vinkel.

Elevernes opmærksomhed henledes på, at den af vinklerne på tegnetrekanten, som de måler til 90°, er en vinkel, som de kan finde mangfoldige steder omkring sig: bordhjørner, gulvhjørner, vinklen mellem lodret og vandret, vinklen, der fremkommer som resultat af et stykke papirs sammenfoldning. En sådan vinkel kaldet »ret«. En ret vinkel kan opfattes som halvdelen af en »lige« vinkel, hvilket kan anskueliggøres ved papirfoldning, ved at lægge to tegnetrekanter ved siden af hinanden eller ved betragtning af vinkelmålerens gradinddeling.

§ 4. At oprejse og nedfælde den vinkelrette.

Eleverne øves i at udføre de to nævnte konstruktioner ved hjælp af tegnetrekanten.

§ 5. Drejning på 90°.

Tegnetrekanten lægges med den ene af de korte sider langs linealen, og vi tegner en linje langs den anden side af tegnetrekanten. Mens vi sørger for, at linealen bliver liggende i samme stilling, drejer vi tegnetrekanten, således at det efter drejningen er den anden af de to korte sider, der ligger langs linealen. Det er uden videre klart, at hver af de korte sider i den nye stilling vil være vinkelret på den gamle stilling. Hvis vi imidlertid tegner langs den lange side i den nye stilling, kan vi ved måling af vinklen mellem den gamle og den nye stilling af den lange side gøre den vigtige iagttagelse, at også disse to stillinger står vinkelret på de pågældende siders gamle stillinger. Vi siger, at vi har drejet tegnetrekanten 90°.

§ 6. Parallelforskydning af tegnetrekanten.

Vi lægger atter tegnetrekanten, således at den ene korte side ligger langs linealen. Mens linealen fastholdes, forskyder vi tegnetrekanten langs med denne. Vi siger, at vi har parallelforskudt tegnetrekanten langs linealen. Vi tegner en linje langs den lange side både før og efter forskydningen og kalder linjerne 1 og m. To linjer, der kan frembringes på denne måde, kalder vi parallelle. Hvis vi nu omlægger linealen på passende vis, kan vi frembringe de samme to linjer 1 og m på en ny måde, nemlig ved tegning langs den ene af de korte sider før og efter forskydningen, som stadig skal ske ved, at den ene korte side glider langs linealen. Se fig. 1.

§ 7. En vigtig egenskab ved parallelle linjer.

Den metode til tegning af to parallelle linjer, som vi i § 6 har kaldt 2. metode, viser os, at når to linjer er parallelle, vil en linje, der står vinkelret på den ene af de to

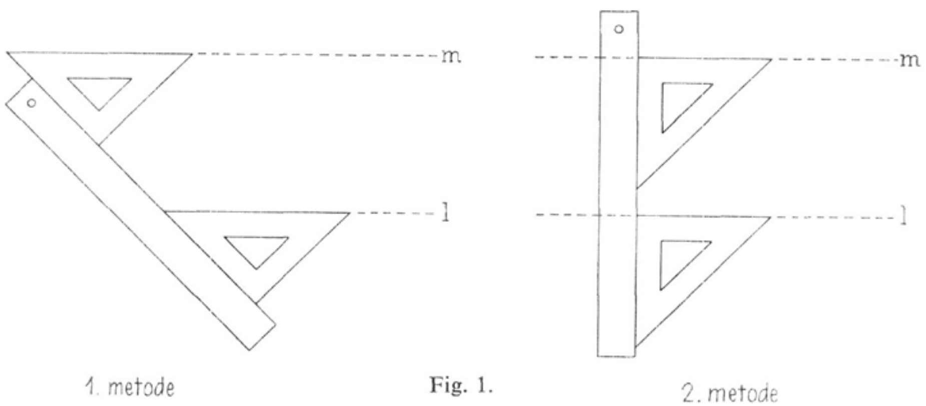


Fig. 1.

linjer, også stå vinkelret på den anden. En sådan linje kalder vi en fællesnormal. Tilstedeværelsen af fællesnormaler kan vi benytte som kendetegn på, om to linjer er parallelle.

§ 8. En ny måde at nedfælde den vinkelrette på.

Vi kan angive en ny måde, hvorpå vi kan nedfælde den vinkelrette fra et punkt P på en linje 1. Tegnetrekanten lægges med den lange side langs 1, og linealen lægges langs med den ene af de korte sider. Derefter drejes tegnetrekanten 90° som angivet i § 5 og parallelforskydes langs linealen, indtil tegnetrekantens lange side går gennem P. Den søgte linje kan derefter tegnes langs med den lange linje. Af de to resultater i § 5 og § 7 kan vi slutte, at den linje, som vi på denne måde har fået tegnet, må stå vinkelret på 1. Hvis det ved kontrol med tegnetrekanten viser sig, at det ikke stemmer, må det altså skyldes, at vi har begået: en fejl, f. eks. at vi har ladet linealen forskubbe sig, da vi drejede tegnetrekanten.

Den nye metode er fordelagtig,, hvis vi har brug for den vinkelrette fortsættelse over på den i forhold til P modsatte side af 1.

§ 9. Rektanglet. Afstanden mellem to parallelle linjer.

Vi tegner to parallelle linjer og to fællesnormaler til disse. De fire linjer begrænser en firkant, hvori samtlige vinkler er rette. En sådan firkant kalder vi et rektangel. Rektanglet er en fra det daglige liv såre velkendt figur (vinduer, døre, papirark osv.). En egenskab ved rektanglet, som forekommer os umiddelbart klar., og som i øvrigt let kan kontrolleres ved måling, er den, al: de modstående sider er lige store. På grundlag af denne egenskab ved rektanglet kan vi fastslå, at længden af fællesnormalen til de to parallelle linjer er den samme, hvor fællesnormalen end er tegnet imellem de to linjer. Denne faste længde for fællesnormalen kalder vi »afstanden mellem de parallelle linjer«.

Eleverne øves i at tegne parallelle linjer med foreskreven afstand og rektangler med foreskrevne sidelængder.

Eleverne øves i at tegne et rektangel, hvori den ene side samt diagonalen er foreskrevet (passeren tages i brag).

§ 10. Trekanter.

Begreberne spidsvinklet, retvinklet og stumpvinklet trekant forklares. Endvidere forklares begreberne ligebenet og ligesidet trekant.

Eleverne øves i at tegne trekanter, hvori der er givet tre stykker.

§ 11. Flytning af en vinkel.

Skal vi flytte en vinkel, kan dette naturligvis ske ved, at vi med vinkelmåleren konstaterer, hvor mange grader vinklen er, hvorefter den kan afsættes i samme størrelse det ønskede sted på papiret. Flytningen kan imidlertid også ske uden måling af gradstørrelsen, idet den givne vinkel kan indlægges som topvinkel i en ligebenet trekant, som derefter kan tegnes det ønskede sted på papiret, idet vi tager dens sider i passeren efter tur.

§ 12. Deling af linjestykke eller cirkelbue.

Eleverne øves i ved forsøg med passeren (målepasseren) at dele et linjestykke eller en cirkelbue i et givet antal lige store dele. Ved deling af en vinkel i et antal lige store vinkler deles en cirkelbue, der har vinklen som centervinkel.

§ 13. Trapez og parallelogram.

De nævnte begreber forklares for eleverne, som øves i at tegne sådanne figurer, når visse af deres stykker er givne.

§ 14. Ligedannede figurer. Målestoksforhold.

Det er en velkendt sag, at billeder kan formindskes eller forstørres, og at man kan fremstille modeller af huse, lokomotiver osv. i formindsket målestok. Vi vil kalde to figurer for ligedannede, hvis den ene kan siges at være den anden figur gengivet i formindsket eller forstørret målestok. Hvis to figurer er ligedannede, må det åbenbart være sådan, at samtlige vinkler i den ene figur er lig med de tilsvarende vinkler i den anden.

Hvis f. eks. to rektangler er ligedannede, er det ikke blot sådan, at de rette vinkler i rektanglernes hjørner er lige store, men ligheden gælder også vinklen mellem diagonalerne, mellem diagonalerne og siderne osv.

Hvis man skal undersøge målestoksforholdet mellem to ligedannede figurer, kan man måle et eller andet linjestykke i den ene figur og måle det tilsvarende linjestykke i den anden figur og opstille de to måleresultaters indbyrdes forhold. Hvis f. eks. første måling giver 1 cm og anden måling 100 cm, siger vi, at målestoksforholdet er 1:100 eller Vioo. Vi gør udtrykkelig opmærksom på, at det målestoksforhold, som man kommer til på denne måde, er uafhængigt af, hvilket linjestykke man vælger at måle i den første figur, når blot man sørger for at måle det tilsvarende linjestykke i den anden figur. Skulle det vise sig, at man ved at vælge to forskellige linjestykke-par kom til to forskellige målestoksforhold, da har man enten målt forkert, eller også er de to figurer ikke ligedannede.

Eleverne øves i at gengive følgende figurer i et foreskrevet målestoksforhold: kvadrat, rektangel, trekant, trapez, parallelogram samt nogle figurer, der er sammensat af sådanne.

§ 15. Hvad kan man spare ved at skyde genvej?

En rektangulær mark er 100 m lang og 40 m bred. Hvis man skal fra det ene hjørne til det modsatte, hvor mange % af vejen kan man så spare ved at skyde genvej langs diagonalen i stedet for at gå langs siden? Vi tegner marken i målestoksforholdet 1 : 1000 og måler diagonalen på vor figur til at være 10,8 cm. Markens diagonal må derfor være 108 m. Da 108 m udgør 77 % af 140 m, kan vi altså spare 23 % ved at skyde genvej.

Den samme opgave løses for en mark, der er 100 m lang og 70 m bred. Vi finder, at der kan spares 28 %.

Endelig løses opgaven for en kvadratisk mark med siden 100 m. Vi finder, at besparelsen er 29 %.

Elevernes opmærksomhed henledes på, at besparelsesprocenten er den samme, hvad enten den udregnes på grundlag af markens dimensioner eller vor tegnings dimensioner. Besparelsen afhænger altså ikke af, om det er en stor eller en lille mark, men kun af, om det er en mark, som er mere eller mindre aflang. Vi kan aldrig opnå en besparelse på mere end 29 %.

Resultatet vedrørende kvadratets diagonal kan udtrykkes »i en formel«, idet vi kan sætte d == 1,42 • a, hvor a betyder kvadratets side, og d betyder dets diagonal. Betydningen af en sådan formel er den, at vi på denne måde kan udtale noget, som gælder om et hvilket som helst kvadrat, stort eller lille.

11.

§ 16. En kasses udfoldning.

Af karton fremstilles en kasse, hvis kantlængder er 4 cm, 6 cm og 10 cm. Eleverne overvejer først, hvorledes udfoldningen af en sådan kasse må se ud, og tegner derefter udfoldningen nøjagtigt på tyndt karton. Udfoldningen forsynes med klæbekant de nødvendige steder, klippes ud og sammenklæbes.

Den fremstillede kasse kan opfattes som en model af en kasse med dimensionerne 4 m, 6 m og 10 m, fremstillet i målestoksforholdet 1 : 100.

§ 17. Bestemmelsen af klasseværelsets diagonal.

Vi ønsker at bestemme afstanden fra et af loftshjørneme i klasselokalet til det modsatte hjørne ved gulvet (lokalet forudsættes kasseformet). Mens lokalets bredde, længde og loftshøjde er direkte tilgængelige for måling med klassens meterstok, kan vi ikke med meterstokken direkte måle længden af den omtalte diagonal. Vi vil løse problemet ved geometrisk tegning.

For at orientere os tegner vi en perspektivisk skitse af lokalet. Idet vi kender b, 1 og h, som vi har målt, kan vi i et passende målestoksforhold tegne den retvinklede trekant ABC, således som det er indøvet i forbindelse med § 10. Derefter kan vi tegne trekant ACD, idet vi med passeren kan flytte AC fra trekant ABC over i trekant ACD. AD måles derefter med linealens millimetermål, og vi foretager beregningen af den virkelige diagonal ved omsætning af målestoksforholdet. Til slut sammenlignes resultatet med en måling af diagonalen ved hjælp af en udspændt snor.

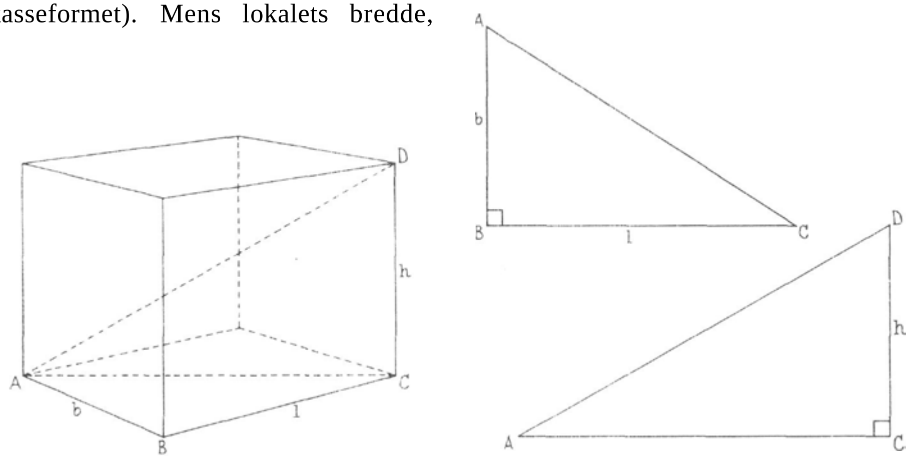


Fig. 2.

§ 18. En pyramides udfoldning.

Af karton fremstilles en regulær, firsidet pyramide, hvis grundflades kant er 6 cm, og hvis sideflader er ligebenede trekanter, hvis ben er 8 cm. På grundlag af perspektivisk skitse tager eleverne stilling til, hvorledes pyramidens udfoldning må se ud, hvorefter udfoldningen tegnes på tyndt karton. Udfoldningen forsynes med klæbekant de nødvendige steder, klippes ud og sammenklæbes.

§ 19. Hvor høj er pyramiden?

Højden af den pyramide, som blev fremstillet i § 18, er vanskeligt tilgængelig for

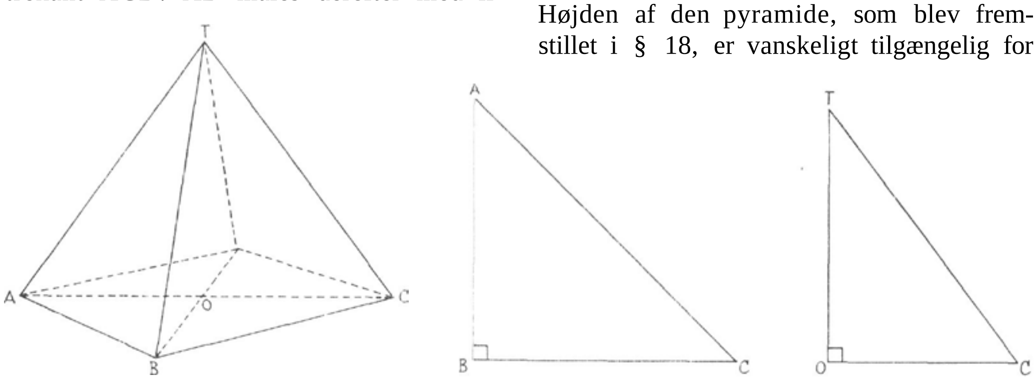


Fig. 3.

direkte måling. Vi vil bestemme højden ved geometrisk tegning.

Vi ser, at trekanten ABC kan tegnes på grundlag af vort kendskab til grundfladens kantlængde. Ved halvering af AC bestemmes derefter OC. På grundlag af OC og længden af TC kan vi derefter tegne trekanten TOC, hvori lamgden af højden TO direkte kan måles. Vi finder TO = 6,8 cm.

§ 20. En model af Keopspyramiden.

De ægyptiske pyramider er regulære, **fir**sidede pyramider. Historiebogen oplyser, at længden af Keopspyramidens grundfladekant er 227 m, og at pyramidens højde er 137 m. Fremstil af karton en model af Keopspyramiden i målestoksforholdet 1 : 1000.

For at kunne tegne modellens udfoldning skal vi først bestemme længden af TC (se fig. 3). Vi kan herved betjene os af en fremgangsmåde, der svarer til den i § 19 benyttede, idet dog trekant TOC nu er bestemt ved siderne TO og OC.

III.

§ 21. Retvinklet projektion.

Hvis vi holder en genstand, f. eks. en terning, foran klassetavlen og tænker os, at vi fra hvert hjørne trækker en linje vinkelret ind på tavlen og sætter en prik med kridtet der, hvor linjen rammer tavlen, så vil vi ved at forbinde prikkerne på rette måde få et billede frem af terningen. Dette billede kalder vi terningens projektion (eller retvinklede projektion) på tavlen.

Dette billede vil vise os, hvorledes terningen ser ud, set på så stor afstand, at perspektivet ingen rolle spiller.

Vi anbringer terningen på bordet, således at deri har en kant i retningen nord–syd. Vi tegner derefter terningens projektioner svarende til, at vi betragter den fra syd, fra øst, fra sydøst og ovenfra. Når vi ser den fra syd, fra øst eller ovenfra, bliver projektionen slet og ret et kvadrat.

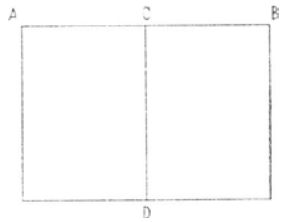


Fig. 4.

Fig. 4 viser, hvorledes den ser ud fra sydøst. Den lodrette kant CD, der er nærmest beskueren, vil vise sig i sin sande størrelse på figuren. Derimod vil kanten AC, som går skråt frem mod beskueren, vise sig forkortet på tegningen. Hvor stor den skal være på tegningen, kan man afgøre ved at betænke, at linjestykket AB på tegningen må have samme længde som diagonalen i det kvadrat, som er sideflade i terningen.

Den pyramide, som blev fremstillet i § 18, anbringes på bordet, således at en grundfladekant går nord-syd. Tegn pyramidens projektioner svarende til, at man ser den fra syd, fra øst. fra sydøst og ovenfra.

§ 22. Nogle eksempler vedrørende huse og tage.

Om et spidsgavlhus er det oplyst, at grundfladen er et rektangel med siderne 10 m

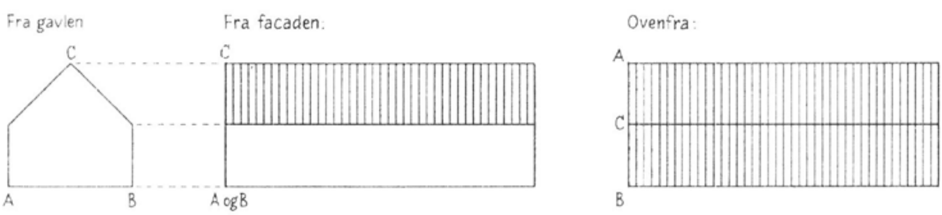


Fig. 5.

og 5 m, at facademurens højde er 2 m, og at tagets rejsning er 45°. På dette grundlag kan vi tegne huset i retvinklet; projektion set fra gavlen, fra facaden og ovenfra. (Fig. 5).

Når vi skal tegne huset i de tre projektioner på grundlag af de foreliggende oplysninger, kan vi ikke begynde med en hvilken som helst af disse tre figurer. Vi kan f. eks. ikke begynde med den figur, der viser huset set fra facaden, fordi vi ikke kender husets højde. Derimod kan vi tegne huset set fra gavlen, idet vi her bl. a. kan udnytte, at vi kender tagets rejsning (45°). Derved får vi imidlertid højden af huset bestemt, og derefter kan vi tegne facade-figuren. Huset set ovenfra kan umiddelbart tegnes ud fra det givne.

Vi vil nu ændre husets udseende, idet det skal forsynes med valme. Ved en valm forstår man den tagflade, der fremkommer, når gavlspidsen »skæres af«, og der lægges en tagflade, der skråner mod husets gavlside. Hvis valmen går lige så langt ned som det øvrige tag, taler man om »helvalm«, hvis valmens underkant ligger højere end det øvrige tags underkant, kalder man den »halvvalm«.

Valmene skal ligesom det øvrige tag i vort eksempel have en hældning på 45°, *og* deres underkant skal være 3 m fra jorden.

Vi kan uden vanskelighed indtegne valmene på gavlfiguren og på facadefiguren. Derimod synes huset set ovenfra at volde vanskeligheder, idet hverken de 3 m's afstand fra jorden eller de 45° tegner sig på

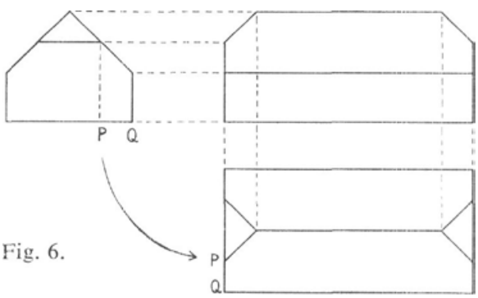


Fig. 6.

denne figur. På fig. 6 er det imidlertid antydet, hvorledes man ved at overføre stykker fra de to første projektioner kan konstruere den sidste projektion.

Den her behandlede opgave kan eventuelt kombineres med konstruktion af husets udfoldning og udførelse af en model i passende målestoksforhold.

IV.

§ 2,3. Arealberegning.

Fra regne- og fysikundervisningen ved eleverne, at arealet af et rektangel beregnes som produktet af højde og længde. Da en retvinklet trekant altid kan tamkes fremkommet ved overskæring af et rektangel langs en diagonal, og da de to derved fremkomne trekanter er ganske ens, er arealet af en retvinklet trekant lig med det halve produkt af de to kateter. Ved at betragte en vilkårlig trekant som sum eller differens af to retvinklede trekanter får vi, at arealet af en trekant er det halve produkt af en højde og tilhørende grundlinje. Deraf afledes reglen om arealet af et trapez.

Ved nøjagtig tegning og ved måling på tegningerne kan eleverne nu selv beregne arealet af specielle trekanter. Man kan f. eks. betragte en række ligebenede trekanter, der alle har ben af længden 1 dm, og hvis topvinkel er 30°, 60°, 90°, 120°, 150°. Arealerne bestemmes til 0,25 - 0,43 - 0,50 - 0,43 - 0,25.

Vi lægger mærke til, at en topvinkel på 90° giver det største areal, og at to topvinkler, der tilsammen er 180°, giver samme areal. Dette spørgsmål diskuteres med eleverne, som bringes til at forstå, at begge disse forhold kunne vi i virkeligheden have forudset, blot vi havde kikket på figurerne på den rigtige måde, se fig. 7.

Som øvelser i arealberegning bestemmes overfladen af nogle af de legemer, der tidligere er blevet udført som kartonmodeller, eller som foreligger tegnet i retvinklet projektion.

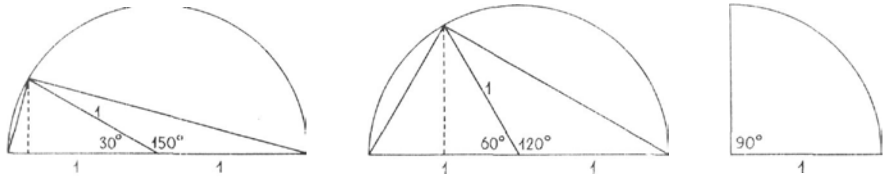


Fig. 7.

§ 24. Arealerne af ligedannede figurer.

Hvis vi tegner to kvadrater i målestoksforholdet 1 : 10, f. eks. 1 cm^2 og 1 dm^2, ser vi, at forholdet mellem deres arealer er 1 : 100. Noget ganske tilsvarende ville vi opleve, hvis vi så på to trekanter, der er ligedannede i målestoksforholdet 1 : 10, idet vi også her regner arealet ud ved at gange to linjestykkers længder. For vilkårlige ligedannede polygoners arealforhold indser vi, at samme regel gælder, idet vi opdeler polygonerne i trekanter. Som øvelse i anvendelsen af denne regel udregnes først overfladen af modellen af Keopspyramiden, hvorefter den virkelige pyramides overflade beregnes.

§ 25. Rumfangsberegning.

Fra regne- og fysikundervisningen ved eleverne, at rumfanget af en kasse er produktet af højde, længde og bredde. Dette kan også udtrykkes som produktet af højde og grundfladeareal.

Et ret prisme, hvis endeflade er en retvinklet trekant, udgør netop halvdelen af en kasse og har netop den halve grundflade i forhold til kassen, men samme højde. For dette specielle tresidede prisme har vi altså også, at rumfanget er produktet af højde og grundfladeareal. Da ethvert ret prisme kan deles i. et antal af den specielle slags tresidede prismer, afledes reglen let for ethvert ret prisme.

Rumfanget af en pyramide er en tredjedel af produktet af højde og grundflade, hvilket vi ikke vil forsøge at begrunde nærmere.

Rumfanget af pyramiden fra § 18 beregnes.

§ 26. Rumfangene af ligedannede legemer.

Ved betragtninger svarende til dem i § 24 bringes eleverne til at forstå, at rumfangsforholdet for ligedannede legemer er tredjepotensen af målestoksforholdet.

Vi beregner rumfanget af det i § 22 omtalte spidsgavlhus, idet vi opdager, at huset kan opfattes som et ret prisme. Beregningen kan foretages, idet vi i første omgang arbejder med de linjestykkelængder, som direkte kan måles på tegningen, og til sidst udregnes det virkelige hus' rumfang ved anvendelse af ovenstående regel om rumfangsforhoidet for ligedannede legemer.

Rumfanget af det senere i § 22 behandlede hus kan beregnes, idet vi bliver opmærksomme på, at dette hus kan tænkes frembragt af det foregående ved fjernelse af to tresidede pyramider ved gavlspidserne.

Rumfanget af Keopspyramiden beregnes ved hjælp af den fremstillede model.

Supplerende geometriske øvelser.

Til §§ 1-9.

1. Givet en linje 1 og et punkt P, som ikke ligger på 1. Tegn en linje gennem P, som er parallel med 1.
2. Givet en linje 1. Tegn de to linjer, der er parallelle med 1 i afstanden 4 cm.
3. Tegn to linjer, der er parallelle i en indbyrdes afstand af 5 cm, og tegn 6 fællesnormaler til disse, således at fællesnormalerne ligger med en indbyrdes afstand på 2 cm.
4. Givet et linjestykke AB og punkt P, som ikke ligger på AB eller dettes

forlængelse. Tegn det rektangel, der har AB som grundlinje, og hvis modsatte side eller dennes forlængelse går gennem P.

5. Givet et linjestykke AC og en linje 1, som ikke er parallel med AC. Tegn et rektangel, der har AC som diagonal, og hvis ene side er parallel med 1.
6. Givet to punkter A og O. Tegn et kvadrat, der har A som vinkelspids og O som diagonalernes skæringspunkt,

Til §§ 10-14.

7. Tegn en vilkårlig trekant. Flyt trekanten uden anvendelse af vinkelmåleren.
8. Tegn en halvcirkel med radius 10 cm. Bestem ved forsøg med passeren en bue, der udgør 1/18 af halvcirklen. Den passeråbning, der svarer hertil, måles, hvorefter der foretages en tilnærmet beregning af halvcirklens længde. Opstil derefter en regel for forholdet imellem en cirkels omkreds og dens diameter.
9. Tegn et trapez, hvis parallelle sider er 4 cm og 8 cm, hvis ikke-parallelle sider er lige store, og hvor afstanden mellem de parallelle sider er 5 cm.
10. Tegn et trapez, hvis parallelle sider er 4 cm og 8 cm,, og hvis andre sider er 6 cm og 4 cm.
11. Tegn en vilkårlig firkant. Tegn derefter en firkant, som er ligedannet med den første i målestoksforholdet 1 : 3.
12. Et ark papir i standardformat A_4 sammenfoldes en gang på tværs. Vis ved måling, at det usammenfoldede format er ligedannet med det sammenfoldede, og angiv målestoksforholdet.
13. Et kvadratisk ark papir sammenfoldes en gang. Vis, at det usammenfoldede format ikke er ligedannet med det sammenfoldede.
14. Foretag en undersøgelse som den i opgave 13 omtalte med papir af kvartformat og folioformat.

Til § 15.

15. Opstil en formel for størrelsen af højden i en ligesidet trekant med siden a.
16. Opstil en formel for længden af den længste side i en retvinklet trekant, hvis andre sider er a og 2a.

TU §§ 16-20.

17. Bestem længden af diagonalen i en terning med kantlængden 5 cm. Opstil derefter en formel for længden af diagonalen i en terning med kantlængden a.
18. En firsidet pyramide har kvadratisk grundflade, og dens sideflader er alle ligesidede trekanter. Hvor høj er pyramiden, når kantlængden er 22 m?
19. En tresidet pyramide har en ligesidet trekant med siden 6 cm som grundflade, og sidefladerne er ligebenede trekanter med benene 10 cm. Hvor høj er pyramiden?
20. En tresidet pyramide er begrænset af fire ligesidede trekanter med siden a. Opstil en formel for pyramidens højde.

TU §§ 21-22.

21. Den i opgave 20 omtalte pyramide stilles således, at en af grundfladekanterne har retningen øst—vest. Tegn dens retvinklede projektion svarende til, at den ses ovenfra, fra nord, fra syd og fra sydøst.
22. Den pyramide, der er omtalt i § 18, lægges ned, således at en af sidefladerne hviler mod bordet, og således at pyramidespidsen peger mod nord. Tegn dens retvinklede projektioner svarende til, at den ses fra nord og fra syd.
23. Et helvalmtag på et hus med en grundflade, der er 10 m lang og 5 m bred, har overalt en rejsning på 30°. Tegn taget set fra oven. Tegn det

samme, hvis rejsningen ændres til 60°.

24. Et hel valmtag på et hus med en grundflade, der er 10 m lang og 5 m bred, har ved facaden en rejsning på 45°, men ved gavlene en rejsning på 60°. Tegn (i en passende målestok) tagets tre retvinklede projektioner.

Til §§ 23-26.

25. Bestem arealet af et trapez, hvis parallelle sider er 20 m og 10 m, og hvis skrå sider begge er 10 m.
26. Ved anvendelse af resultaterne i opgave 15 skal man opstille en formel for arealet af en ligesidet trekant med siden a.
27. Ved anvendelse af resultaterne i opgaverne 20 og 26 skal man opstille en formel for rumfanget af den i opgave 20 omtalte pyramide (det såkaldte regulære tetraeder).
28. Bestem overfladen af taget i opgave 23.
29. Bestem overfladen af taget i opgave 24.
30. Bestem rumfanget af tagrummet i opgave 23.
31. Bestem rumfanget af tagrummet i opgave 24.

8. og 9. klasse

Formål.

Formålet med *regneundervisningen* er gennem arbejdet med emner og opgaver fra familie-, samfunds- og erhvervslivet suppleret med systematisk taltræning at give eleverne sikkerhed i regning.

Formålet med *matematikundervisningen* er at indføre eleverne i nogle begreber og metoder inden for matematikken.

Indhold og omfang.

A. Regning.

I 8. og 9. klasse bør regneøvelserne samle sig om emner, der er hentet fra det praktiske liv og fra nogle af skolens øvrige fag.

Nogle eksempler på emner:

Vi bygger et hus.
Indretning af et hjem.
Årsregnskab for et hus, en familie o.l.
Et lejrskoleophold.
Emner hentet fra landbrugsdrift.
Værksted og arbejdsplads.
En rejse.
Disk og lager.

De i opgaverne forekommende tal må i almindelighed føres à jour, så de oplysninger, eleverne får gennem tallene i opgaverne, er virkelighedsnære.

Gennem de stillede opgaver inden for emnerne vil der være rig lejlighed til fortsatte øvelser i regnestoffet fra 6. og 7. skoleår.

Regnestoffet udvides med følgende:

8. klasse.

Lette opgaver inden for omkreds, areal og rumfang, hvor man ved en formel finder en hvilken som helst i denne ukendt størrelse af 1. grad, når de andre er opgivet.

Opgaver i rentesregning, hvor tiden er et givet antal dage, der er en passende del af et år.

Omsætning fra dansk mønt til fremmed mønt med forholdet 1 : 100 og omsætning fra engelsk mønt til dansk mønt. Simple statistiske opgaver med grafisk afbildning (søjler, procenttavler o. l.).

9. klasse.

I procentregning gives øvelser i ved hjælp af simple eksempler at finde helheden, når procentdelen (eller brøken) er kendt. I rentesregning indføres eleverne i brugen af rentetavler. Aktiers og obligationers kursværdi og simple opgaver i handel med aktier og obligationer på terminsdagen. Ligning anvendes i de opgaver, hvor det medfører en lettere løsning af opgaverne.

Metoder og hjælpemidler.

Elevernes forudsætninger for regning og matematik kan være meget forskellige såvel fra klasse til klasse som inden for den enkelte klasse.

Undervisningen må i alle tilfælde tilrettelægges i overensstemmelse med disse forudsætninger, så stoffet tilegnes grundigt og med god forståelse.

Der vil muligvis være elever, man tjener bedst ved blot at undervise i *nogle* af de opførte emner eller i den letteste del af de enkelte regneområder. Målet for undervisningen bliver således at gøre dem til sikre og gode regnere med henblik på de almindeligst forekommende regneproblemer.

Hovedregning.

I hovedregning er det muligt på relativt kort tid at opfriske tidligere færdigheder samt indøve nye regneproblemer. Mundtlig regning må derfor også på disse klassetrin indtage en passende plads i regnetimens begyndelse.

Undervisningen søges tilrettelagt således, at alle elever regner med. Hovedregning bør ikke anvendes for længe ad gangen.

En god træning i mundtlig regning vil ofte kunne lette vanskelighederne i skriftlig regning.

Brøkregning.

Opgaverne med brøk bør begrænses til at omfatte sådanne problemer, som man i det praktiske liv kan tænke sig at løse ved hjælp af brøk. Området kommer derefter kun til at omfatte ganske enkle problemer med små nævnere i de forekommende brøker.

Procentregning.

Tre regneproblemer inden for procentregning blandes ofte sammen:

a. at tage procenten af et tal;
b. at finde, hvor mange procent et tal er af et andet;
c. at finde tallet, når man kender en del af det: udtrykt i procent.

Opgaverne under b. og c. er de sværeste for eleverne.

Eksempler på opstilling af b-opgaver:

Af 800 kg æbler sælges 240 kg. Hvor mange procent sælges?

1. 1 % af 800 kg = 8 kg.
   240 kg : 8 kg = 30 eller 30 gange
   Svar: Der sælges 30 %.

2. 800 kg er 100 %
   1 kg er $\frac{100\,\%}{800}$
   240 kg er $\frac{100\,\% \cdot 240}{800} = 30\,\%$
   Svar: Der sælges 30 %.

3. Der sælges 240 kg af æblerne.
   $\frac{240}{800} = \frac{30}{100} = 30\,\%$
   Svar: Der sælges 30 %.

4. Opgaven løst ved ligning.
   Der sælges x %
   Der sælges $\frac{x \cdot 800 \text{ kg}}{100}$

Ligningen

$$\frac{x \cdot 800}{100} = 240$$

$800\ x = 24000$

$x = 30$

Svar: Der sælges 30 %.

Eksempel på opstilling af c-opgave:

3 % af et parti æbler vejer 75 kg. Hvor stort er partiet?

3 % af partiet vejer 75 kg
1 % af partiet vejer 25 kg

Hele partiel: er 100 % = 100 • 25 kg = 2500 kg.

Svar: Partiet er på 2500 kg.

Brøker og procenttal.

Omskrivning af brøker til procent og omvendt bør fortsat øves tabelmæssigt, f. eks.

;i ˇ ˇ 3 / 0 •

Grafisk afbildning.

Arbejdet må tilrettelægges, så der bliver tale om en virkelig øvelse for eleverne. De må selv prøve at lave en grafisk fremstilling ud af en tabel og ud fra givne diagrammer aflæse resultater.

Kontrol og skønsmæssig beregning.

Eleverne bør øves i kontrol af opgavernes rigtighed. De skal kunne bedømme deres egne opgaver og vænne sig til at afgøre, om det resultat, de når frem til, er sandsynligt.

Spørgsmålet om afrunding af hele tal og decimaltal kommer hermed på en naturlig måde ind i regneundervisningen.

Skriftlige øvelser i talbehandlingen.

Ud over den ovenfor omtalte stadige træning i hovedregning vil det i nogle tilfælde være nødvendigt at sætte ind med en række skriftlige øvelser i mekanisk regning, undertiden for klassen som helhed, undertiden blot for enkelte elever. En sådan træning sættes ind i et efter lærerens skøn passende omfang, således at det bliver en effektiv træning.

Det vil også her være af stor betydning for et godt resultat, at eleverne bliver interesserede i øvelserne, da det ikke på dette alderstrin kan forventes, at de skal finde tilfredshed i at regne den ene talopgave efter den anden blot for øvelsens skyld. Målet for det udførte arbejde må være klart, og det første er da at øge færdigheden i at regne hurtigt og sikkert. Eleverne kan let bringes til at se det umiddelbart nyttige heri. En anden ting, man må tage i betragtning, er, at det er af vigtighed, at opgavetyperne varieres, dersom man skal bevare elevernes interesse for den mekaniske regning. Man kan f. eks. lade eleverne udarbejde diagrammer for resultaterne af deres egne regneprøver. Hver elev kan så følge sin egen udvikling fra prøve til prøve, og interessen for at forbedre standpunktet stiger som regel, når de kan se resultatet af deres anstrengelser. Eleven kommer kun til at konkurrere med sig selv, og målet betragtes ikke på forhånd som uopnåeligt. Læreren finder desuden herved lejlighed til at rose eleven ud fra det, han har gjort sig fortjent til - ud fra sine egne forudsætninger, og man kan derved opmuntre elever, der ellers sjældent får ros.

Opgavesamlingen må omfatte problemer, som klassen kan arbejde med i fællesskab, og der må være mulighed for at stille såvel den svageste som den bedste gruppe over for et passende arbejde, når der regnes på egen hånd.

Nyt stof må i almindelighed øves med alle elever under lærerens vejledning, så han kan sikre sig, at stoffet bliver tilegnet med den grundighed, der er betingelsen for en virkelig regneforståelse og dermed følgende færdighed.

Tekstopgaver.

Tekstopgaver må fortsat fremtræde i et klart og let forståeligt sprog og ikke løses som »typer« eller som tankeløs »regelregning«.

Eleverne må af opgaven kunne se, hvad der er givet, og hvad de skal finde. De må stadig gøre rede for tankegangen i opgaverne med så enkle og tydelige udtryk som muligt.

Der kan stilles opgaver, som eleverne vil møde i det praktiske liv, f. eks.:

> Hvor stor er udgiften til kosten for en familie i en uge?

Eleverne må selv finde ud af, hvilke opgivelser de skal have for at kunne løse opgaven. Indhentningen af de nødvendige oplysninger kan finde sted på flere måder. I visse tilfælde kan eleverne selv opgive de nødvendige tal eller gennem egne undersøgelser finde frem til dem. I andre tilfælde kan f. eks. nogle elever få som hjemmeopgave at skaffe oplysningerne ved at henvende sig til personer, der kan besvare spørgsmålene, eller læreren kan give børnene de ønskede tal eller henvise til tabeller og bøger, hvor de kan findes.

Tekstopgaverne må hentes fra elevernes erfaringsområde, men opgaverne må dog også i stofvalg bidrage til, at der bliver lejlighed til at tale med dem om spørgsmål, der udvider dette erfaringsområde.

Da det er af stor værdi for eleverne, at de ser, at regning ikke blot er noget, der foregår i selve regnetimerne, kan opgaver hentes fra skolens øvrige arbejdsområde, f. eks. i de emnekredse, der behandles i den almene fagkreds og de valgfri fag.

Gennem enkle opgaveformer som nedenstående kan man forberede eleverne til løsning af de mere komplicerede opgaver, hvor de selv skal udtænke hjælpespørgsmålene:

> Andersen har lånt 1500 kr. til 5 % p. a. og 2400 kr. til 6 % p. a.

Det bliver da elevernes opgave at forme såvel hjælpespørgsmål som spørgsmål.

Ved sammenligning mellem priserne i en gammel og en ny prisliste kan prisniveau og prisindeks klargøres for eleverne.

Regnebogens indhold kan suppleres med selvlavede opgaver, så eleverne får et godt indblik i del: praktiske livs regneproblemer. Det knever en del fantasi at lave sådanne opgaver, men der er på dette område så mange variationer at vælge imellem, at man kan give en fyldig supplering. Man kan f. eks. lade eleverne arbejde sammen parvis eller i lidt større grupper.

En vis afveksling i undervisningsformerne klasse-, gruppe- og individuel undervisning vil være et værdifuldt led i bestræbelserne for at opnå det tilsigtede gode resultat af arbejdet.

Efter 7. skoleår er eleverne indstillet på, at de skal lære noget nyt. Det; vil derfor være værdifuldt, hvis en del af de nødvendige øvelser i tidligere lærte regneproblemer samt det nye stof kan fremtræde i en sådan form, at eleverne ikke føler, at de skal indøve ting, som de selv mener de kan.

Inden for emnet »Vi bygger et hus« kan opstilles en række opgaver, f. eks.:

I. Eleven får et kort over en bestemt del af en by, hvor der er ledige byggegrunde (målestok 1 : 1000).
   Nogle opgaver kan f. eks. gå ud på:
   1. Måling af siderne af nogle bestemte grunde.
   2. Beregning af omkreds.
   3. Tegning i regnehæftet af nogle grunde i målestok 1 : 1000.
   4. Beregning af areal.
   5. Salg og køb af grund.
   6. En bebygget grunds udnyttelse til hus, græsplæne, blomster osv.

II. Køb af grund og finansiering af byggeri. Grandrids af huset (målestok 1 : 100).

III. Der graves ud og støbes.

IV. Håndværkerne tager fat.

V. Forsikring af huset.

VI. De årlige boligudgifter.

Der kan i forbindelse med ovennævnte afsnit udarbejdes opgaver, der dels opføres i regnebogen med alle ønskede oplysninger og spørgsmål, dels formuleres af elever og lærer.

B. Matematik.

Der vil i 8. og 9. klasse blive følgende muligheder:

a. Elever, der kun undervises i regning.
b. Elever, der undervises i regning og i matematik efter nedenstående plan.
c. Elever, der undervises i regning og herudover har matematik som valgfrit fag. Det anbefales, at stofområdet og afgangsprøven bliver som for tekn. 8. og 9. klasse.

Aritmetik.

Aritmetik skal betragtes som en hjælp i alm. regning og må først og fremmest samle sig om og tage sit udgangspunkt i anvendelsen af ligninger.

For de elever, der har forudsætninger derfor, kan der tilrettelægges øvelser i brug af logaritmetabeller og andre tabeller.

Geometri.

Geometriundervisningen kan enten lægges til rette på lignende måde som den for 7. skoleår foreslåede, eller eleverne kan foretage en røkke lette beregnings- og konstruktionsøvelser inden for plangeometrien, uden at de skal beskæftige sig med egentlig bevisførelse.

Prøven efter 9. klasse.

Udvalget anbefaler, at man til den skriftlige prøve, der kun omfatter regning, stiller to sæt opgaver, et sæt talopgaver og et sæt tekstopgaver. Til løsning af talopgaverne gives 45 minutter og til løsning af tekstopgaverne 3 timer. Opgaverne bør være af stigende sværhedsgrad.

Såfremt der afholdes mundtlig prøve, bør den omfatte både tal- og tekstopgaver.

Undervisningen i 8. og 9. klasse til teknisk forberedelseseksamen

Formål.

Formålet med undervisningen i *regning* er at bibringe eleverne forståelse af og færdighed i brugen af de almindelige metoder til behandling af praktiske talproblemer, at give dem kendskab til en række begreber fra erhvervs- og samfundslivet og at opøve deres evne til udførelse af numeriske regninger med og uden skriftlige eller mekaniske hjælpemidler.

Matematikundervisningens formål er at give eleverne sådanne kundskaber i matematik, at de danner et rimeligt grundlag for teknisk forberedelseseksamen.

Indhold og omfang.

Undervisningen bør i disse klasser omfatte følgende emner:

a. Regning og aritmetik.

1. Talbehandling (talbedømmelse, kontrolprøver), de fire regningsarter med

hele tal, brøk og decimaltal.
Øvelser i at anvende regnereglerne på bogstavudtryk.

2. Hele tals delelighed og primfaktoropløsning.
3. Behandling af praktisk forekommende problemer inden for handelsregning, procentregning, herunder rentesregning (simpel rente og sammensat rente ved hjælp af tabel), forholdsregning, delings- og blandingsregning (gennemsnitsregning), skatter og forsikringer, lette statistiske gennemsnits- og fordelingsproblemer samt beregninger af areal, rumfang og vægtfylde. Eksempler på simpel regnskabsføring (kasseregnskab).
4. Negative tal, potens med vilkårlig hel eksponent, omtale af irrationale tal, kvadratrødder og kubikrødder (positiv radikand) samt deres bestemmelse ved anvendelse af tabeller.
5. Koordinatsystemet, grafisk afbildning anvendt på løsning af praktiske problemer.
6. Logaritmer, den logaritmiske skala, øvelse i brug af fircifret logaritmetabel og regnestok.
7. Ligninger af 1. og 2. grad med én ubekendt.
8. Ligefrem og omvendt proportionalitet med grafisk afbildning.
9. To ligninger af 1. grad med to ubekendte og grafisk løsning af sådanne.

b. Geometri.

En behandling af den elementære plangeometri omfattende bl. a.:

1. Cirklen, måling af cirkelbuer og vinkler, vinkler ved cirklen, cirklens stilling til en ret linje, praktisk bestemmelse af cirkelperiferiens længde..
2. Parallelle linjer.
3. Trekanter, vinkelsum, højder, medianer, vinkelhalveringslinjer og sidernes midtnormaler, ind- og omskrevne cirkler.
4. Polygoner, vinkelsum, ind- *og* omskrivelige firkanter; parallelogram, rombe, trapez.
5. Linjestykkers forhold, transversaler, hovedsætninger om den retvinklede trekant.
6. Definition af sinus, cosinus og tangens for spidse vinkler og sådanne trigonometriske beregninger, som kan henføres til den retvinklede trekant.
7. Arealet af de omtalte figurer.
8. Symmetri.
9. Øvelser i konstruktion af figurer med foreskrevne egenskaber.

Kravene i regning og matematik er for regning og aritmetik angivet under ét, medens kravene i geometri er opført for sig.

Det er imidlertid ikke tanken hermed at angive, at der i undervisningen skal være nogen skarp sondring mellem regning og aritmetik på den ene side og geometri på den anden. Tværtimod må det anses for meget gavnligt, at der i undervisningen er en meget intim vekselvirkning mellem fagets forskellige discipliner.

Hensigten med at opføre regning og aritmetik under ét er netop at antyde, at disse to discipliner overalt griber ind i hinanden, og de bør i undervisningen stærkest muligt supplere hinanden, således at man i regneundervisningen overalt, hvor det kan betyde en lettelse, gør brug af de resultater, der er vundet i matematiktimerne, medens man omvendt, hvor det er muligt, lader de matematiske begrebsdannelser motiveres ved de behov, der er opstået under behandlingen af regneproblemerne.

Selv om undervisningen bør anlægges således, at lærestoffet i matematik opbygges som et deduktivt system, er det ikke nødvendigt at bygge på så få ubeviste forudsætninger som muligt. Eleverne bør således ikke stilles over for beviser for sætninger, hvis rigtighed de på forhånd føler indlysende, men de skal på den anden side i videst muligt omfang lære at forstå, at man ud fra givne forudsætninger ad deduktiv vej kan aflede regler, der er almengyldige.

Man bør således i undervisningen lægge vægt på, at eleverne *kan følge en deduktiv fremgangsmåde* med forståelse, og på, at de opøves i at anvende de indvundne regler på praktiske konkrete opgaver, medens det må *anses for mindre væsentligt*, at de opøves i *at give en selvstændig fremstilling* af en deduktiv tankegang i et bevis.

Da nogle af eleverne muligvis ikke har haft matematikundervisning i 7. skoleår, vil det være formålstjenligt at indlede aritmetikundervisningen i 8. klasse med at gennemgå reglerne for regning med positive rationale tal og begrundelsen for disse regler samt deres formulering i bogstavudtryk.

Samarbejdet med regning bør spille en fremtrædende rolle ved behandlingen af potens, rod, proportionalitet og logaritmer, men især ved behandlingen af ligninger. Mange regneproblemer løses lettest ved hjælp af ligninger, og ligninger bør anvendes, hvor de betyder en lettelse, selv om eleverne også bør være i stand til at løse f. eks. simple tilbagegående problemer uden brug af ligning.

I øvrigt må man i forbindelse med behandlingen af ligninger anse det for vigtigere, at eleverne får øvelse i at opstille et med ord udtrykt regneproblem i ligning, end at de får megen mekanisk træning i at løse ret komplicerede ligninger.

I den forbindelse skal der også peges på, at eleverne bør opnå god øvelse i opstilling og behandling af formeludtryk, uden at man derved skal gøre løsning af opgaver til mekanisk formelteknik.

Evnen til at behandle tal »i hovedet« og til at skønne over et resultats omtrentlige værdi bør vedligeholdes og stadig udbygges gennem passende valgte taløvelser, dels sådanne, hvor hver elev arbejder i sit tempo, dels sådanne, der måtte fremkomme i forbindelse med løsningen af opgaver.

I geometriundervisningen benyttes ved fremstilling af figurer følgende tegnerekvisitter:

1. gennemsigtig lineal med millimeterinddeling (25 cm),
2. gennemsigtig tegnetrekant,
3. passer (måle- og tegnepasser),
4. vinkelmåler.

Der lægges vægt på en omhyggelig og nøjagtig udførelse af figurerne, så disse kan danne grundlaget for målinger og beregninger, og figurernes fremstilling må ledsages af en kort forklaring, der angiver fremgangsmåden ved fremstillingen.

Grafisk fremstilling, der bl. a. anvendes til anskueliggørelse, kan på nyttig måde fremme samspillet mellem fagets tre discipliner. Den grafiske tegning bør ikke i sig selv være et mål, men eleverne bør opøves i ved hjælp af den at se sammenhængen mellem to variable.

Behandlingen af potens skal ikke føres så langt, at der bliver tale om opstilling af potenssætninger. Der bør kun arbejdes med potenser med hel, positiv eksponent, hvor eksponenten er så lille, at alle de nødvendige omskrivninger kan foretages på grundlag af definitionen. Under kvadrat- og kubikrod vil det derimod være hensigtsmæssigt at medtage sætningerne om multiplikation og division.

Eksamen.

Udvalget foreslår, at eksamen tilrettelægges således:

Prøven er skriftlig og mundtlig.

Ved en skriftlig prøve gives der to sæt opgaver, ét i regning og ét i matematik. Til besvarelse af hvert sæt gives 4 timer.

Ved begge prøver gives der to eller flere opgaver inden for hele pensummet. Prøven i regning skal muliggøre en vurdering såvel af elevernes sikkerhed i talbehandling som af deres almindelige forståelse af faget. Prøven i matematik (aritmetik og geometri) skal vise elevernes færdighed i simple anvendelser af sætninger og metoder. Ved bedømmelsen af opgaverne tages der ved begge prøver hensyn til fremstillingen og formen.

Den mundtlige prøve omfatter både regning og matematik. Prøven i regning skal vise såvel elevens færdighed i talbehandling uden andre skriftlige hjælpemidler end notering af mellemresultater som elevens almindelige forståelse af faget. (I dertil egnede opgaver kan regnestok, logaritmetabel o. 1. anvendes). I matematik prøves eleven enten i aritmetik eller i geometri. Prøven skal vise elevens evne til at anvende en teori eller en sætning på et eksempel (en opgave) samt til i overensstemmelse med undervisningen at give en begrundelse eller redegørelse for sætningens eller teoriens almene gyldighed, uden at denne begrundelse kræves selvstændigt fremstillet af eleven.

Realaldelingen, herunder teknisk 3. realklasse

Formål.

Formålet med undervisningen i *regning* er:

1. at bibringe eleverne forståelse af og færdighed i brugen af de almindelige metoder til behandling af praktiske talopgaver, derunder at opøve deres evne til at udføre numeriske beregninger med og uden mekaniske hjælpemidler (logaritmetabel og regnestok);
2. at give eleverne kendskab til en række økonomiske forhold i familie, samfund og erhverv.

Formålet med undervisningen i *matematik* er:

1. at give en logisk begrundelse for de regler, der bruges ved forskellige former for beregning;
2. at give eleverne indblik i matematikkens arbejdsmetode, hvor man ud fra givne forudsætninger ad deduktiv vej afleder resultater, der kan anvendes ved løsning af praktiske problemer;
3. at udvikle elevernes evne til kritisk at bedømme et ræsonnements holdbarhed;
4. at opøve elevernes evne til at give en tankegang et præcist sprogligt udtryk.

Indhold og omfang.

Selv om kravene i regning og matematik af praktiske grunde er opstillet for de to discipliner hver for sig, er det ikke tanken, at der i undervisningen skal være en tilsvarende skarp sondring. Tværtimod må man anse det for ønskeligt, at undervisningen gives således, at der bliver en intim vekselvirkning imellem regning og matematik.

Overalt, hvor det kan betyde en lettelse, bør der i regneundervisningen gøres brug af de resultater, der er vundet i matematiktimerne, og de matematiske begrebsdannelser bør, hvor det er muligt, motiveres ved de behov, der er opstået under behandlingen af regneproblemerne.

Man bør ikke inden for matematikundervisningen drage noget skarpt skel imellem geometri på den ene side og aritmetik (algebra) på den anden, selv om en skelnen mellem de to discipliner, især i 1. realklasse, hvor begyndelsesgrundene gennemgås, vil være naturlig.

1. og 2. realklasse.

Undervisningen bør i disse klasser omfatte følgende emner:

a. Regning.

Talbehandling, de fire regningsarter med hele tal, brøk og decimaltal, hele tals delelighed, primfaktoropløsning og praktisk bestemmelse af største fælles mål og mindste fælles fold.

Behandling af praktisk forekommende problemer inden for handelsregning, procentregning, herunder rentesregning (simpel rente), forholdsregning, delingsog blandingsregning, (gennemsnitsregning); spørgsmål i forbindelse med værdipapirer: aktier, obligationer (handel med obligationer begrænses til salg og køb på terminsdagen), checks og veksler (medtages som begreb), skatter og forsikringer; lette statistiske beregninger; beregninger af areal, rumfang og vægtfylde.

De statistiske beregninger omfatter simple gennemsnits- og fordelingsproblemer. På passende steder i stoffet medtages eksempler på simpel regnskabsføring (kasseregnskab).

b. Matematik.

1. Aritmetik.
2. Geometri.

1. Repetition af regnereglerne i de fire regningsarter og øvelser i deres anvendelse på ikke for indviklede bogstavudtryk.

   Negative tal, omtale af irrationale tal, kvadratrødder med anvendelse af kvadrattavle.

   Koordinatsystemet, grafisk afbildning på løsning af praktiske problemer.

   Ligninger af første og anden grad med én ubekendt.

   Ligefrem og omvendt proportionalitet med grafisk fremstilling.

   To ligninger af første grad med to ubekendte, herunder også grafisk løsning af sådanne.

   Øvelser i behandling af regneproblemer ved hjælp af ligningers opstilling og løsning.

2. En behandling af den elementære plangeometri omfattende bl. a. cirklen, måling af cirkelbuer og vinkler, vinkler ved cirklen, cirklens stilling til en ret linje, praktisk bestemmelse af cirkelperiferiens længde.

   Parallelle linjer.

   Trekanter, vinkelsum; højder, medianer, vinkelhalveringslinjer og sidernes midtnormaler; ind- og omskrevne cirkler.

   Polygoner, vinkelsum; ind- og omskrivelige firkanter; parallelogram, rombe, trapez.

   Begreberne kongruens og ligedannethed (ensvinklede trekanter) og begreberne spejling, parallelforskydning, drejning og flytning.

   Linjestykkers forhold, transversaler, hovedsætninger om den retvinklede trekant.

   Øvelser i konstruktion af figurer med foreskrevne egenskaber.

Alm. 3. realklasse.

Undervisningen bør i denne klasse omfatte bl. a. følgende emner:

a. Regning.

De samme emner som i 1. og 2. realklasse anvendt på noget sværere og mere sammensatte opgaver af praktisk art. Desuden sammensat rente og annuiteter med anvendelse af rentetavle og annuitetstavle.

Lette eksempler på skønsmæssig og tilnærmet beregning.

b. Matematik.

Funktionsbegrebet. Funktionerne $y = ax + b$, $y = \frac{a}{x}$, $y = ax^2 + bx + c$ med grafisk afbildning. Interpolation ved ligefrem proportionalitet med tilvæksterne.

Potens med vilkårlig hel eksponent. Kubikrod med positiv radikand, roden af et produkt og af en brøk. Logaritmer, den logaritmiske skala, øvelse i brug af fircifret logaritmetabel og regnestok.

Trigonometri: Sinus, cosinus og tangens af spidse og stumpe vinkler, sinus- og cosinusrelationerne, beregning af en trekants stykker, når 3 af disse er givne, areal- og kordeberegning.

Endvidere efter lærerens valg ét af nedenstående emner:

1. Nomografi.

Kurset i nomografi kan f. eks. omfatte parallelnomogrammer for den lineære funktion af én og to variable, nomogram med logaritmiske skalaer for funktionen $z = xy$, y-nomogram for ligningen $\frac{1}{z} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$, z-nomogram for det vægtede middeltal og et nomogram med en ikke-retlinet skala. Eleverne skal øves både i konstruktion og i brug af et nomogram.

2. Lineære funktioner og lineær programmering.

Kurset må omfatte løsning af lineære uligheder med én ubekendt og geometrisk fortolkning af sådanne, geometrisk løsning af lineære uligheder med to ubekendte (polygonområde), undersøgelse af en sådan funktions største- og mindsteværdier inden for et polygonområde. Man bør overalt lægge vægt på gennem opgaver og eksempler at illustrere teoriens anvendelsesmuligheder på praktiske problemer.

3. Hele rationale funktioner.

Andengradspolynomiet, dets grafiske billede, fortegn og nulpunkter, største- *og* mindsteværdi.

Tredjegradspolynomiet, dets differentialkvotient, grafisk billede, største- og mindsteværdi i et givet interval, fortegn og nulpunkter, eksempler på tilnærmet løsning af en tredjegradsligning.

4. Kombinatorik og simple opgaver vedrørende sandsynlighed.

Permutationer og kombinationer. Binomialformlen. Endeligt sandsynlighedsfelt. Addition af sandsynligheder, multiplikation af sandsynligheder ved uafhængige forsøg. Binomialfordelingen.

5. Retvinklet projektion.

Linjers og planers indbyrdes beliggenhed i rummet.

Linjers og planers fremstilling ved dobbelt retvinklet projektion.

Simple opgaver vedrørende rumfigurers beskrivelse ved dobbelt retvinklet projektion.

6. Rumfangsbestemmelser.

Rumfang af kasse, prisme, pyramide, pyramidestub, prismatoide (i omfang som i kapitel 5 i Hjelmslev: Elementær geometri II).

7. Et andet emne, der skal godkendes af statskonsulenten for folkeskolen og seminarierne.

Det vil være en betingelse for godkendelse af et emne, at det i omfang og sværhedsgrad nogenlunde svarer til de øvrige nævnte, og at det er af en sådan karakter, at den gennemgående teori kan illustreres med eksempler og opgaver, der har en rimelig tilknytning til praktisk forekommende spørgsmål.

Eksamen.

Prøven efter 2. realklasse.

Udvalget foreslår følgende retningslinjer:

Ved den skriftlige prøve stilles to sæt opgaver, ét i regning og ét i matematik. Opgaverne skal være ens for hele landet. Til besvarelse af hvert sæt gives 4 timer.

Ved begge prøver stilles to eller flere opgaver inden for hele det pensum, der er behandlet i 1. og 2. realklasse. Prøven i regning skal muliggøre en vurdering såvel af elevernes sikkerhed i talbehandling som af deres almindelige forståelse af faget. Prøven i matematik skal vise elevernes færdighed i simple anvendelser af sætninger og metoder. Ved bedømmelsen af opgaverne tages der hensyn til fremstillingen og formen.

Hvis der afholdes mundtlig prøve, bør den omfatte såvel regning som matematik.

Realeksamen.

Udvalget foreslår følgende retningslinjer:

Til den skriftlige prøve stilles to opgavesæt, hvert på 3 opgaver. Til løsningen af hvert sæt gives 4 timer.

Opgaverne i det ene sæt skal være formulerede som regneproblemer, hvis løsning kan gennemføres af eleverne ved sædvanlige regnemetoder uden anvendelse af egentlige matematiske hjælpemidler. Dette opgavesæt stilles også til de elever, der har bortvalgt matematik.

Opgaverne i det andet sæt kan også være formede som praktiske opgaver, men løsningen af dem skal forudsætte anvendelse af de teorier og hjælpemidler, der er anvendt i matematikundervisningen. Opgaverne stilles **i** hovedsagen inden for det stof, der er gennemgået i 3. realklasse, dog stilles der ikke opgaver i de under Alm. 3. realklasse, b. Matematik, nævnte emner.

Hvis der afholdes mundtlig prøve, omfatter den kun matematik. Der eksamineres i det i 3. realklasse gennemgåede stof, der opgives i fuldt omfang. Eksaminationen kan knyttes til løsningen af en opgave, men skal koncentreres om de teoretiske spørgsmål, der står i forbindelse hermed.

Metoder og hjælpemidler.

Fortegnelsen over emner, der bør gøres til genstand for behandling i undervisningen, er ikke en udtømmende oversigt over, hvad der må være undervisningens indhold.

Ud over de nævnte emner vil det være nødvendigt at medtage en række andre, for at der kan blive tale om en deduktiv lærebygning. Det vil derfor påhvile læreren at træffe valget imellem forskellige muligheder for stofvalg og bevisgang.

Der kan således eksempelvis blive tale om valg imellem en fremstilling af geometrien,

der hviler på trekanters kongruens,

og en fremstilling,

der bygger på begreberne spejling, drejning og parallelforskydning.

I forbindelse med bemærkningen om, at lærestoffet skal opbygges som et deduktivt system, understreges det, at dette ikke nødvendigvis indebærer, at antallet af ubeviste forudsætninger (aksiomerne) skal reduceres til et minimum. Det må anses for det i pædagogisk henseende heldigste, at antallet af aksiomer udvides så meget, at der ikke for elever på begynderstadiet bliver tale om at føre beviser for sætninger, hvis rigtighed — selv uden bevis — må forekomme eleverne utvivlsom. På tilsvarende måde vil det undertiden være formålstjenligt at undlade tydeligt at nævne forudsætninger, der vel er nødvendige for en deduktion i streng forstand, men som ved deres tilsyneladende selvfølgelige indhold kunne blive en belastning for eleverne.

Mens fordelingen af stoffet mellem på den ene side 1. og 2. realklasse og på den anden side 3. realklasse er fastsat foran, må det være overladt den enkelte lærer at foretage fordelingen af 1. og 2. realklasses stof på disse to klasser efter eget skøn.

Om undervisningens enkeltheder ønsker man at bemærke følgende:

1, og 2. realklasse.

De elever, der påbegynder realafdelingens 1. klasse efter at have gennemgået den 7-årige hovedskole med matematik i det 7. skoleår, vil være bekendt med grundreglerne for regning med positive rationale tal, såvel hvad angår disse reglers anvendelse **i** praktisk talregning som med hensyn **til** reglernes begrundelse og formulering i sætninger og bogstavformler. Det må imidlertid anses for formålstjenligt, at matematikundervisningen i realafdelingen indledes med en kort repetition af disse regler.

Ved behandling af teorien for ligninger bør der lægges den største vægt på et samarbejde med faget regning. Mange regneopgaver behandles lettest ved brug af ligninger, og man bør derfor ikke undlade at gøre brug heraf i sådanne tilfælde. På den anden side må anvendelse af ligninger ikke gennemføres så konsekvent, at eleverne bliver ude af stand til at løse simplere tilbagegående problemer uden brug af ligning.

I forbindelse med ligningernes behandling bør der i øvrigt ofres rigelig tid på at opøve eleverne i at omsætte til ligning et i ord stillet problem fra praktisk regning. Man må således anse det for vigtigere, at der ofres tid på en sådan omsætning og løsning af de derved fremkomne - ofte ret simple - ligninger, end at eleverne får en mekanisk færdighed i at løse komplicerede ligninger, der forelægges dem i lignings form. Det gælder her - som overall: i matematikundervisningen - at forståelsen bør gå forud for opøvelsen af mekaniske færdigheder.

Det anbefales, at der i regneundervisningen fra tid til anden stilles tekstopgaver, hvor de givne tal er erstattet af bogstaver, og hvor elevernes opgave da bliver den at udlede en formel for opgavens løsning. Derved vil eleverne blive opmærksomme på, at en række tilsyneladende forskellige regneproblemer i virkeligheden - matematisk set - er af samme natur.

Dette kan desuden give anledning til en systematisk: behandling af visse algebraiske udtryk og føre frem til en forståelse af det så overordentlig vigtige funktionsbegreb. Beskæftigelsen med formler i forbindelse med regneopgaver må på den anden side ikke føre til, at regneopgaverne rubriceres i forskellige typer, til hvilke der læres formler udenad.

I geometriundervisningen bør der lægges vægt på omhyggelig og nøjagtig udførelse af figurer. Som hjælpemiddel til figurernes udførelse bør alle elever være i besiddelse af:

1. gennemsigtig lineal med millimeterinddeling i mindst 25 cm's længde,
2. gennemsigtig tegnetrekant,
3. passer (måle- og tegnepasser) og
4. vinkelmåler.

Eleverne skal undervises i at bruge disse hjælpemidler på den måde, der er mest hensigtsmæssig til opnåelse af en nøjagtig figur. Der er således ikke længere tale om at begrænse brugen af hjælpemidlerne til det, der traditionelt betegnes som »konstruktion med passer og lineal«. Det vil derfor f. eks. være tilladeligt at tegne fællestangenten til to cirkler »ved at lægge linealen til«, at benytte vinkler af vilkårlig gradstørrelse afsat efter vinkelmåleren, at tredele en cirkelbue ved forsøg med passeren osv.

Metoden til bestemmelse af kvadratrødder, ciffer for ciffer, ved hjælp af et divisionslignende regneskema er ikke foreskrevet. I stedet bør eleverne øves i brugen af en kvadrattavle.

Et nyttigt led i samspillet mellem fagets tre discipliner er arbejdet med grafisk anskueliggørelse af sammenhængen mellem variable størrelser. Gennem arbejde af denne art vænnes eleverne til at operere med funktionsbegrebet. Der bør i øvrigt gennemgås nogle opgaver, hvor den grafiske fremstilling er et middel til at løse problemer, som man ikke - eller kun vanskeligt - kunne løse på anden måde.

Om emnet proportioner bemærkes, at eleverne bør kende begrebet mellemproportional, men at emnet ikke i. øvrigt bør tages op i realafdelingen.

En systematisk behandling af læren om potenser bør udskydes til 3. realklasse. I 1. og 2. realklasse bør eleverne kende definitionen på en potens med positiv hel eksponent, men der bør i disse klasser kun arbejdes med potenser, hvor eksponenten er så lille, at eleverne kan foretage de nødvendige omskrivninger ved stadig at gribe tilbage til definitionen.

Evnen til at behandle tal »i hovedet» og til at skønne over et ønsket resultats omtrentlige værdi bør vedligeholdes og stadig udbygges gennem passende valgte taløvelser, dels selvstændige, dels sådanne, der måtte forekomme i forbindelse med løsningen af andre opgaver.

Alm. 3. realklasse.

Mens man som nævnt i 1. og 2. realklasse ikke forudsætter nogen egentlig potenslære gennemgået, bør der i 3. realklasse gives en gennemgang af læren om potenser med vilkårlig hel eksponent. For rodstørrelsers vedkommende kræves kendskab til definitionen på kubikrod med positiv radikand og til reglen om roden af et produkt og en kvotient. Om reduktion af komplicerede rod- og potensudtryk bør der ikke være tale. Det bemærkes, at den enkelte lærer naturligvis kan gå videre end her foreskrevet i henseende til opbygning af rod- og potenslære, såfremt han anser dette for hensigtsmæssigt af hensyn til en følgende indførelse af logaritmebegrebet.

I forbindelse med logaritmer må eleverne øves såvel i brugen af en fircifret logaritmetabel som i brugen af regnestok. For regnestokkens vedkommende anbefales brug af en 25-cm stok, men regneøvelserne kan indskrænkes til brug af grundskalaerne og kvadratskalaerne. Det er således ikke påkrævet at benytte reciprokskala.

I regneundervisningen bør der for de elevers vedkommende, der læser matematik, stilles opgaver, der er egnede til løsning ved anvendelse af logaritmetabel og/eller regnestok. Eleverne bør øves i at anlægge et fornuftigt skøn over, hvilket hjælpemiddel det i den enkelte opgave vil være hensigtsmæssigt at anvende.

Undervisningen i trigonometri bør omfatte brugen af fircifrede tabeller over de trigonometriske funktioner sinus, cosinus og tangens til vinkler mellem 0° og 90° med interpolation., hvorimod tabeller over disse funktioners logaritmer ikke forudsættes benyttet.

Desuden gennemgås metoderne til beregning af en trekants stykker, når tre af disse er givne. Ved beregningen benyttes sinus- og cosinusrelationerne.

Som hjælpemiddel til løsning af opgaver i sammensat rente og annuiteter må eleverne være i besiddelse af rentetavle og annuitetstavle.

Udtalelsen om, at der læses et af læreren valgt emne, skal forstås således, at det er læreren, som træffer valget imellem de 7 muligheder for hver klasse for sig.

Teknisk 3. realklasse.

Undervisningen bør omfatte:

a. Regning.

De samme emner som i alm. 3. realklasse.

Der må lægges stor vægt på:

1. sikkerhed i ren numerisk regning med tal, der ikke er afpassede (det praktiske livs tal),
2. opøvelse i færdighed i at skønne over et resultats rimelighed,
3. flade- og rumfangsberegning.

b. Matematik.

De samme emner som i alm. 3. realklasse.

Derudover som obligatorisk stof, hvori der altså også kan gives skriftlige opgaver:

1. Retvinklet projektion.

Linjers og planers indbyrdes beliggenhed i rummet. Linjers og planers fremstilling ved dobbelt retvinklet projektion. Simple opgaver vedrørende rumfigurers beskrivelse ved dobbelt retvinklet projektion.

2. Rumjangsbestemmelser.

Rumfang af kasse, prisme, pyramide, pyramidestub, prismatoide (i omfang som i kapitel 5 i Hjelmslev: Elementær geometri II).

Det fremhæves, at færdighed i brug af regnestok naturligvis vil være af særlig vigtighed i denne klasse.

Som et almindeligt synspunkt kan endvidere anføres, at der formentlig i teknisk 3. realklasse kan blive tale om en endnu større sammensmeltning af undervisningen i regning og matematik end i den almindelige 3. realklasse. Det øgede krav under Regning, punkt 1.-3. peger direkte mod en hel del fælles opgavestof for regning og matematik.

Eksamen.

Udvalget foreslår følgende retningslinjer:

Prøven i regning og matematik er både skriftlig og mundtlig.

Til den skriftlige prøve stilles 2 opgavesæt, hvert på 3 opgaver. Til løsningen af hvert sæt gives 4 timer.

Opgaverne i det ene sæt skal i det væsentlige være formet som praktiske regneproblemer, og de skal være egnede til at vise såvel elevernes færdighed i numerisk regning som deres evne til at behandle problemer. Specielt bør opgaverne udformes således, at elevernes færdighed i at opstille et regneproblem i ligning samt deres evne til at behandle ikke afpassede tal (det praktiske livs tal) med eller uden mekaniske hjælpemidler afprøves. Opgaverne stilles i hovedsagen inden for det stof, der er gennemgået i 3. realklasse.

Opgaverne i det andet sæt skal være formet som matematikopgaver, og de skal være egnede til at prøve elevernes færdighed i anvendelse af det lærte matematiske stof.

Den mundtlige prøve omfatter ét spørgsmål i regning og ét i matematik.

Prøven i regning skal tage sigte på at vise elevernes færdighed i praktisk talkombination og sikker talbehandling (med eller uden brug af regnestok eller tabeller) samt i problemløsning. Eksaminationen i matematik skal koncentreres om et teoretisk spørgsmål, men den kan i tilknytning hertil eller som udgangspunkt også omfatte et eksempel på teoriens anvendelse.

Til den mundtlige prøve opgives hele det i teknisk 3. realklasse læste pensum.