

37.13

UNDERVISNINGSVEJLEDNING  
FOR FOLKESKOLEN

**15**

*Regning*  
*Matematik*  
*1976*

UNDERVISNINGSMINISTERIET

UNDERVISNINGSVEJLEDNING  
FOR FOLKESKOLEN

15

*Regning/matematik*

UNDERVISNINGSMINISTERIET 1976



# Forord

Idet der henvises til undervisningsministeriets cirkulæreskrivelse af 18. december 1975 om udsendelse af vejledende forslag til læseplaner samt undervisningsvejledninger for folkeskolen, udsendes hermed undervisningsvejledning for faget regning/matematik.

Hæftet bygger på lov om folkeskolen af 26. juni 1975 samt på det materiale,

der er udarbejdet af det nu ophævede Folkeskolens Læseplansudvalg. Det indeholder det formål for faget, der er fastsat af undervisningsministeren i bekendtgørelse af 24. september 1975, § 2. Desuden indeholder det en undervisningsvejledning for faget samt det vejledende forslag til læseplan.

*Undervisningsministeriet, direktoratet for folkeskolen,  
folkeoplysning, seminarier m. v., den 15. juni 1976.*

Asger Baunbak-Jensen

/ Per Iversen



# Indhold

<b>1. Indledning</b> .....	7
1.1 Formål .....	7
1.2. Undervisningens relation til folkeskolens formål .....	7
1.3. Mål vedrørende matematikkens natur og rolle .....	8
1.4. Mål vedrørende elevernes arbejdsformer .....	10
1.5. Mål vedrørende viden og færdigheder .....	11
1.6. Den enkelte lærers ansvar over for målsætningen .....	12
<b>2. Hovedområder for folkeskolens undervisning i regning/matematik</b> .....	13
2.1. Fra almene fagmål til mål vedrørende indholdet .....	13
2.2. Tal og algebra .....	14
2.3. Geometri .....	15
2.4. Statistik og sandsynlighedsregning .....	17
2.5. Om samspil mellem fagets discipliner .....	18
<b>3. Undervisningens tilrettelæggelse</b> .....	20
3.1. Om begrebstilegnelse .....	20
3.2. Spiral organisering af undervisningen .....	21
3.3. Faser i indlæring og undervisning .....	22
3.3.1. Erfaringsindsamling, begrebsdannelse, sprogtilegnelse .....	23
3.3.2. Systematisering og præcisering .....	24
3.3.3. Den deduktive fase .....	25
3.4. Induktive arbejdsformer .....	26
3.5. Undervisning af handicappede .....	28
<b>4. Undervisningens indhold</b> .....	30
4.1. Hovedområder for undervisningen .....	30
4.2. Om særlige faglige begreber og hjælpemidler .....	31
Bilag: Vejledende forslag til læseplan .....	33



## 1.1. Formål

Formålet med undervisningen er, at eleverne tilegner sig grundlæggende matematiske begreber og indsigt i udvalgte områder inden for faget.

*Stk. 2.* Undervisningen skal sigte imod, at eleverne erkender fagets rolle som beskrivelsesmiddel og den særlige stilling, som ræsonnementer har i faget. Eleverne skal opnå fortrolighed med, hvordan fagets begrebsområder opbygges.

*Stk. 3.* Det skal tilstræbes, at eleverne tilegner sig arbejdsmetoder, der kan sætte dem i stand til såvel på egen hånd som i samarbejde dels at erkende, formulere og løse problemer, dels at skaffe sig viden.

*Stk. 4.* Undervisningen skal medvirke til, at eleverne opnår færdighed i at bruge faget som beskrivelsesmiddel og øvelse i at løse praktiske problemer.

(Undervisningsministeriets bekendtgørelse af 24. september 1975 om formålet med undervisningen i folkeskolens fag, § 2).

## 1.2. Undervisningens relation til folkeskolens formål

Skolen sigter mod, at enhver elev kan få mulighed for alsidig og selvstændig per-

sonlighedsudvikling. Ved fastlæggelsen af mål for undervisningen i regning/matematik og ved overvejelsen af undervisningens indhold må der derfor søges udskilt sådanne momenter i faget, som kan blive af oplevelsesmæssig betydning for den enkelte.

Som væsentlige træk ved faget, der kommer på tale i forbindelse med de overordnede mål, må nævnes matematikens beskrivende rolle samt dens deduktive karakter. Angående det første kunne anføres samfundets behov. Skolen skal imidlertid ikke sigte direkte mod den enkeltes erhvervmæssige funktion i samfundet, men give en almen forberedelse til livet i almindelighed samtidig med, at den tager hensyn til livet i øjeblikket. (Matematiktimerne har også deres egen værdi som levetimer). Der må derfor peges på fagets betydning for den enkelte i de utallige jævne dagligdags situationer, hvor matematiske begreber spiller ind. Her er en dybtgående viden ikke det centrale, men mere tilstedeværelsen hos den enkelte af eksempelvis fortrolighed med de geometriske former, med deres navne og med angivelse af længde, areal eller rummål, fortrolighed med diagrammer og arbejdstegninger, med statistik og med begrebet sandsynlighed.

Udover betydningen af faget i simple



praktiske anvendelser må man – med vor tids uddannelsessamfund i tankerne – klargøre sig matematikkens rolle som redskab for andre fag, som støttefag. Matematikkens betydning i vor tid er af en sådan art, at næsten alle teoretiske og praktiske uddannelser omfatter udnyttelse af faget, og ofte gives der i tilknytning til sådanne uddannelser særlige kurser i matematik. Ved valget af undervisningens indhold bør det da tilstræbes, at man bedst muligt forbereder den enkelte til at nå videre.

Beviser i matematik spiller en rolle såvel ved forståelse af enkeltresultater som ved forståelse af større begrebsområder, ligesom ræsonnementer overalt er af central betydning i problemsituationer. Den enkeltes erkendelse af fagets deduktive karakter er derfor væsentlig. Opnåelse af viden om og forståelse af matematiske begreber og metoder kan dog ikke anses for at være tilstrækkelig. Også visse færdigheder i at anvende begreber og resultater samt færdighed i at anvende arbejdsmetoder, der er karakteristiske for faget, er nødvendige.

I citatet fra bekendtgørelsen af 24. september er formålet for undervisningen angivet.

De følgende tre afsnit 1.3, 1.4 og 1.5 indeholder en række mål, der er afledt herfra. Af praktiske hensyn er disse afsnit redigeret således, at de hver for sig især tilknytter sig et af de tre afledede mål, som formålet åbenbart indeholder. Kommentarerne er altså samlet i en gruppe af mål vedrørende *fagets natur og rolle*, en gruppe mål vedrørende *elevernes arbejdsformer* samt en gruppe mål vedrørende *elevernes viden og færdigheder*.

Ved en fordeling af delmålene i grup-

per af beslægtede mål på den her valgte måde er det imidlertid uundgåeligt, at ét og samme mål – anskuet under forskellige aspekter – kommer med i mere end én gruppe.

Ved valget af de faglige mål, som er anført i denne vejledning, er der tilstræbt en sammenhæng med forslag, som er fremført i de senere år både her i landet og i udlandet, hvori der er etableret god forbindelse mellem mål for matematikundervisningen og midler til opnåelse af disse mål.

Det er desuden ved fastlæggelsen af disse faglige mål blevet tilstræbt, at det foreslåede ikke ligger for langt fra, hvad der i dag er praktisk muligt i skolen med henblik på spørgsmål som lærekræfter, klassekvotient og materialesamlinger. Opfyldelsen af disse nye mål vil dog – især på de første klassetrin – forudsætte adgang til materialer i et betydeligt større omfang end tidligere, hvor undervisningen næsten udelukkende drejede sig om talbegreb og regning med tal.

### 1.3. Mål vedrørende matematikkens natur og rolle

Det må anses for at være et vigtigt mål i denne gruppe at lade eleverne erkende matematikken som et beskrivelsesmiddel af den praktiske virkelighed.

Ved hjælp af matematikkens sprog »oversættes« problemet fra virkelighed til matematikkens begrebsverden.

Når det matematiske problem er løst rent fagligt, »oversættes« tilbage til virkeligheden, hvor fagets skarpe svar da normalt må fortolkes som omtrentlige oplysninger om det betragtede sagsforhold. Ved selve oversættelsen fra virkeligheden til matematikken er der tale om

et valg mellem forskellige beskrivelsesmåder. Kun praktiske erfaringer kan afgøre, om der ved det trufne valg er opnået en passende overensstemmelse med de praktiske forhold.

Oftede taler man i ovennævnte forbindelse om, at man opstiller og udnytter matematiske modeller af virkeligheden. Elevernes forståelse af begrebet matematisk beskrivelse eller matematisk model er således afgørende for deres forståelse af fagets praktiske anvendelighed.

Et andet mål i denne gruppe er elevernes erkendelse af den deduktive metodes betydning ved fagets opbygning. Den metode viser sig eksempelvis ved, at man i matematikken påviser, at én sætning er en følge af en eller flere andre sætninger. Det er almindeligt, at mange forskellige sætninger vises at være en følge af nogle få udvalgte sætninger. På denne måde skaber man forbindelsesveje gennem stoffet, og samtidig banes vejen for forståelse af den måde, hvorpå også fagets større teorier kan opbygges som deduktive systemer.

Betydningen af deduktion og ræsonnement er i øvrigt ikke begrænset til at angå fagets opbygning. Ved løsning af opgaver er det således en stadig tilbagevendende sag, at man kan »skyde genveje« i kraft af ræsonnementer ud fra de givne forudsætninger.

Et tredje vigtigt mål i denne gruppe er at give eleverne mulighed for at erkende fagets betydning i situationer, hvor man søger at skabe overblik, at finde frem til regelmæssighed, at ordne eller at systematisere.

Som illustration kan nævnes begreberne delmængde af en mængde og klasseinddeling af en mængde, som begge

hører hjemme i den elementære mængdelære.

At have overblik over en mængde kan bestå i at have kendskab til systemer af delmængder af denne mængde. Eksempelvis har vi, at mængden af de naturlige tal\*) er en delmængde af mængden af de hele tal, at denne mængde er en delmængde af mængden af de rationale tal, som endelig er en delmængde af mængden af de reelle tal. Fortrolighed med denne kæde af mængder kan støtte forståelsen af tallene. Men sådanne ordninger træffes fuldt så ofte uden for faget matematik som inden for dette.

At have overblik over en mængde af objekter kan imidlertid også bestå i at have kendskab til klasseinddelinger af denne mængde. For eksempel kan mængden af de naturlige tal indeles i klassen af de lige tal og klassen af de ulige tal, mængden af trekanter i de spidsvinklede, de retvinklede og de stumpvinklede trekanter, og mængden af polygoner i trekanterne, firkanterne, femkanterne og så videre.

Begreberne delmængde af en mængde og klasseinddeling er nogle af de simple-

---

\*) De naturlige tal er tallene 1, 2, 3,

4, 5,.....

De hele tal er tallene....-5, -4,

-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5,....

De rationale tal er de tal, der kan angives ved en brøk  $\frac{p}{q}$ , hvor p er et helt

tal og q et naturligt tal, for eksempel  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{9}{7}$ ,  $7\frac{1}{2}$ ,  $-\frac{1}{3}$ ,  $3,14$ , 10.

De reelle tal er de tal, der kan angives ved en (gerne uendelig) decimalbrøk, for eksempel 15,

3,102030405..., -0,3010, 2,33333..

$\frac{1}{7}$ ,  $\sqrt{2}$ .

ste, som kan tjene til at skabe orden og system og dermed oversigt.

I matematikken opbygger man imidlertid en række af mere komplicerede begreber og begrebssammenhænge, som alle har en tilsvarende rolle. Som særlig vigtige midler til erkendelse af struktur tjener således relationer og funktioner med specielle egenskaber.

Andre vigtige mål vedrørende fagets rolle og natur er, at eleverne oplever fagets problemorienterede karakter samt ser matematikken som et åbent fag, der er under stadig udvikling.

## 1.4. Mål vedrørende elevernes arbejdsformer

Arbejdet med faget giver eleverne anledning til at benytte bestemte *arbejdsformer*. Disse arbejdsformer kan være midler, hvormed eleven senere hen i sin tilværelse har mulighed for at erhverve sig yderligere viden på områder, hvor faget direkte eller indirekte spiller ind. I kraft heraf er det et mål for matematikundervisningen at bibringe eleverne bestemte arbejdsformer.

Det må i denne forbindelse anses for at være et mål, at den enkelte elev kommer til at indtage en eksperimenterende holdning ved indlevelsen i matematiske områder, som er nye for ham. Eleven bør nå til erkendelse af, at det ikke blot er tilladeligt, men særdeles hensigtsmæssigt, at man i en sådan indlevelsperiode eksperimenterer med de forelagte faglige situationer. Eleven skal fra sit praktiske møde med de mangfoldige indlæringsituationer kunne uddrage et arbejdsmonster, som kort kan karakteriseres således: Gennem eksperimenter får man erfaringer, og disse erfaringer kom-

mer en til gode, når man gætter på en løsning på et problem i forbindelse med det behandlede emne, eller når man gætter på sammenhænge inden for emnet; enhver gætning kan efterprøves ved supplerende eksperimenter, og man kan derved blive ført til viden om, at gætningen var forkert, eller yderligere bekræftelse på, at man er på rette spor.

En sådan eksperimenterende holdning til arbejdet i indlæringsituationer eller i problemløsningsituationer – en sådan induktiv arbejdsform – svarer meget nært til den holdning, hvormed man i mangfoldige praktiske situationer angriber det ukendte eller uvante, og den svarer også særdeles godt til den holdning, hvormed man arbejder i andre fag, eksempelvis i de fag, hvor iagttagelse af og systematisering vedrørende vor omverden er centralt placeret. En induktiv arbejdsform svarer også meget nært til den måde, hvorpå opdagelse og udvikling har fundet sted inden for matematikken som videnskab. Traditionen i den elementære undervisning i faget har imidlertid helt frem til de sidste årtier været præget af den opfattelse, at opbevaret viden i systematiseret form af udvalgte faglige resultater (såvel som reproduktion af beviser for sådanne resultaters rigtighed) måtte opfattes som mere værdifuld for den enkelte end den pågældendes oplevelse af og indlevelse i de forskellige begrebssammenhænge.

To kommentarer bør straks knyttes til ovennævnte mål:

For det første må det fremhæves, at der ingen modstrid er mellem kravet om, at eleverne skal kunne erkende fagets deduktive karakter, og kravet om, at eleverne skal kunne nå til en eksperimente-

rende holdning i indlærings- eller problemsituationer. En sådan eksperimenterende holdning vil lette en begrebstil-egnelse, hvilket tillige kan tjene som baggrund for forståelsen af fagets opbygning i deduktive løb.

For det andet er der ikke med fremsættelsen af ovenstående mål givet noget udtryk for, at en undervisningsform, ved hvilken læreren oplyser og meddeler om de faglige sammenhænge samt forklarer herom under brug af eksempler og øvelser, ikke skulle kunne have en fremtrædende plads i undervisningen.

Et matematisk fagsprog opbygges under brug af dagligsproget. Fagsproget er bl. a. karakteristisk ved dets brug af særlige symboler og særlig terminologi. Dette fagsprog kan opbygges – og udnyttes – med forskellige krav til skarp- heds og præcision. Centralt er det dog, at fagsproget i sin hele karakter er mere forenklet og derved skarpere end dagligsproget, samt at brugen af det nuancerede dagligsprog er uundværlig ved opbygningen og udnyttelsen af matema- tikkens sprog.

Forskellige formuleringer af fagets emner, forskellige beskrivelser af betrag- tede problemer og anvendelse af forskel- lige former for symbolbrug kan tjene til forberedelse til senere selvstændig ud- nyttelse af den i skolen erhvervede fag- lige viden og indsigt. Det er derfor et mål, at eleverne kan kommunikere i og om faget.

Mange komplicerede problemstillinger løses i dag ikke af enkeltpersoner, men af grupper af personer. Denne arbejds- form – kombineret med fremragende en- keltpersoners visioner – er netop bag- grunden for mange af vore tiders ud-

videlse af menneskets erkendelsesom- råde.

Mulighederne i et fællesskab kan være afgørende anderledes end mulighederne for den enkelte. Det må da være et mål for undervisningen, at eleverne erfarer fællesskabets muligheder. Dette mål står åbenbart i nær forbindelse med det ovenfor nævnte, at eleverne kan kom- munikere i og om faget.

## **1.5. Mål vedrørende viden og færdigheder**

Ved undervisningens tilrettelæggelse og udførelse bør tilstræbes, at hver enkelt elev får mulighed for at erhverve sig færdighed og viden inden for de emner og del-emner, som udgør undervisnin- gens indhold. Den vægt, som man lægger på henholdsvis det færdighedsmæssige og det forståelsesmæssige (viden og ind- sigt) vil imidlertid være meget forskellig fra emne til emne.

Generelt kan det dog fastslås, at det i en række af fagets del-emner vil være påkrævet, at eleven kan gennemføre vis- se standardprocedurer hurtigt og sikkert. Sådanne færdighedskrav vil naturligvis ikke blot angå de ret teknisk betonedede områder såsom talfærdighed, reduktion af tal- og »bogstav«-udtryk og lignings- løsning, men også mere alment betonedede færdigheder såsom beskrivelse af frem- gangsmåder (eksempelvis angivelse af al- goritmer), brug af tekniske hjælpemidler og udnyttelse af håndbøger og tabelsam- linger.

Gennem arbejdet med faget opstår der hos eleven en række forestillinger om faglige detaljer. Eleven vil møde disse faglige detaljer i forskellige sammenhæ- nge og repræsenteret på forskellige for- mer. For ethvert fagligt begreb vil målet

da mod skolegangens afslutning være, at den enkelte elev i sig har flere repræsentationsformer for begrebet, eller udtrykt på anden måde, at eleven har personlig rådighed over forskellige eksempler, i kraft af hvilke begrebets karakter er opbevaret eller repræsenteret.

Udover erkendelse af fagets problemorienterede karakter er det desuden et mål at give den enkelte elev mulighed for at erhverve færdighed i brug af faget som et beskrivelsesmiddel med henblik på løsning af praktiske problemer og med henblik på at systematisere og skabe overblik.

## **1.6. Den enkelte lærers ansvar over for målsætningen**

De mål for undervisningen, som er anført i de foregående afsnit, er alle beskrevet i en ret overordnet form. Det er så lærerens opgave – under iagttagelse af elevernes forudsætninger – at fastlægge de mere detaljerede mål for undervisningen, at tilrettelægge undervisningen, og endelig at udføre det praktisk-pædagogiske arbejde med klassen, grupperne og den enkelte elev.

I tilknytning hertil er det lærerens opgave at overveje, om de midler, han har valgt til opnåelse af undervisningens mål, har været hensigtsmæssige. Skønner han ved denne evaluering, at målene ikke er blevet opfyldt i rimelig grad, må han søge gennem valg af andre midler at opnå en bedre overensstemmelse. Denne didaktiske opgave er særdeles vanskelig,

og i de fleste tilfælde må læreren derfor ved sin tilrettelæggelse støtte sig stærkt til allerede udarbejdede undervisningsmaterialer.

Undervisningen må i dag i højere grad end før sigte på at give hver enkelt elev sådanne udviklingsmuligheder, som bedst muligt passer til den pågældendes natur og forudsætninger. Opfyldelsen af dette mål er afhængig af, at der i udpræget grad ved undervisningens tilrettelæggelse tages hensyn til hver elev, dels som enkeltperson, dels om medlem af fællesskabet i hele klassen eller grupper af denne.

Det er i denne forbindelse klart, at lærerens justering af på forhånd udarbejdede undervisningsmaterialer er særdeles afgørende. Kun den lærer, som kender den pågældende klasse og de enkelte elever i denne, har tilstrækkelige forudsætninger for at afgøre, om passager i en lærebog bør forbigås eller tværtimod bør suppleres, eller om særlige forholdsregler bør træffes i individuelle tilfælde.

Med de givne arbejdsvilkår i skolen vil kun de færreste lærere have mulighed for at udarbejde det samlede undervisningsmateriale til dækning af mere omfattende opgaver. Derimod vil de fleste lærere kunne yde en stor indsats ved personlig tilrettelæggelse af mindre dele af undervisningsprogrammet, f. eks. ved udskiftning af dele af det benyttede materiale med andre, som bedre svarer til lærerens opfattelse af, hvad der er mest hensigtsmæssigt i den foreliggende situation.

# Hovedområder for folkeskolens undervisning i regning/matematik

# 2

## 2.1. Fra almene fagmål til mål vedrørende indholdet

Udgangspunktet for valget af undervisningens indhold må være: Hvilke områder fra matematikken vil være nærliggende til opfyldelse af de stillede mål?

Når emnerne nu vælges, må det betones, at den ønskelige almene indstilling til faget såvel som den ønskelige arbejds- holdning kan opnås med vidt forskellige emnevalg og med forskellig vægt på de forskellige medtagne emner. Netop denne frihed gør det muligt, at emnerne vælges, så de hver for sig kan yde bidrag over for det personlige (det oplevelsesmæssige såvel som det dagligdagspraktiske) og over for det samfundsmæssige.

Skønnes det, at et bestemt matematisk emne har betydning på det ene eller på begge disse områder, må det kraftigt overvejes at lade emnet indgå i folkeskolens samlede undervisning i faget.

Det er åbenbart, at kendskab til tal for alle er en nødvendig forudsætning for medleven i samfundet. Hensynet til den enkelte elevs udvikling kræver imidlertid også, at de forestillinger, der kan kaldes frem af ord som »op«, »ned«, »afstand«, »længde«, »areal«, »risiko«, »chance«, »flertallet« og »gennemsnit«,

får det meningsindhold og de associationsmuligheder knyttet til sig, som en beskæftigelse med visse grene af matematikken vil give.

Indtil nu har *tallene* og *geometrien* været hovedemner for matematikundervisningen i folkeskolen, og alle erfaringer har tydet på, at dette har været særdeles hensigtsmæssigt. Samtidig har man imidlertid såvel fra erhvervenes side og fra de videregående uddannelsers hold som ud fra hensynet til den enkeltes muligheder for udvikling måttet erkende stedse tydeligere, at kendskab til andre faglige områder end tallene og geometrien er ubetinget nødvendig i vor tid.

De faglige områder, hvis emner og begreber spiller en stadig stærkere rolle såvel for det enkelte samfundsmedlem som for administration og erhvervsliv, er statistik og sandsynlighedsregning. For disse områder gælder det, at fortrolighed med og indlevelse i deres grundbegreber og emner vanskeligt kan erhverves af det voksne samfundsmedlem, som ikke i erhvervsøjemed eller ud fra personlig interesse deltager i egentlig undervisning i emnerne. Derfor må skolen give alle elever mulighed for at erhverve en grundlæggende indsigt med tilhørende viden og færdigheder på de nævnte faglige områder.

I forlængelse af ovenstående betragtninger og under hensyntagen til matematikkens stilling i samfundet er følgende matematiske discipliner valgt til at udgøre hovedområder for skolens undervisning i regning/matematik:

Tal og algebra

Geometri

Statistik og sandsynlighedsregning

I de følgende afsnit 2.2, 2.3 og 2.4 kommenteres hvert af disse tre hovedområder, hvorefter spørgsmål vedrørende samspil mellem dem omtales i afsnit 2.5.

## 2.2. Tal og algebra

Det enkelte menneske møder og anvender til stadighed ord og vendinger, der har nær tilknytning til talområdet, for eksempel i forbindelse med priser, løn, alder, skat og temperatur, og træffer sine beslutninger på baggrund af forhold beskrevet ved hjælp af tal.

Tilsvarende er styring og planlægning i samfundet i stor udstrækning baseret på taldata.

Det må da være et væsentligt mål for folkeskolens undervisning i regning/matematik, at den enkelte elev får mulighed for at opnå dybtgående talforståelse og indsigt i de begreber, der knytter sig hertil.

For blot få årtier siden gav tallenes store samfundsmæssige betydning anledning til alvorlige vanskeligheder for matematikundervisningen i skolen. På den ene side måtte det erkendes, at forståelse af tallenes rolle og indsigt i regningsarternes natur og samspil var en nødvendig forudsætning for den enkeltes brug af tal og regningsarter i ikke-standardprægede situationer. På den an-

den side måtte man erkende, at oparbejdelse af en rimelig hurtighed i den rent tekniske gennemførelse af de forskellige beregninger såvel som opnåelse af sikkerhed ved sådanne udregninger var ganske overordentlig tidskrævende. Som følge af det samfundsmæssige behov for netop hurtighed og sikkerhed i talregninger hos et flertal af samfundsmedlemmerne måtte svaret på vanskeligheden blive det meget utilfredsstillende, at opøvelsen af færdighed i talbehandling måtte prioriteres forud for opnåelse af forståelse og indsigt.

Den antydede problemstilling fremdrages her, fordi den nævnte vægtfordeling ikke bør opretholdes i fremtiden. Sagen var yderligere foruroligende i kraft af, at man måtte erkende, at flertallet af mennesker, der ikke i deres erhverv fik brug for dagligt at arbejde med tal, i løbet af få år ganske mistede den færdighed, som man havde frembragt og opretholdt gennem øvelsespræget arbejde i en meget stor del af den tid, som stod til rådighed for faget i skoletiden.

De forhold, som betingede de ovenfor omtalte vanskeligheder i undervisningen, er i dag totalt ændrede. Det samfundsmæssige behov for tal og talbehandling er ganske vist større end nogen sinde, og løsningen af de dybtgående samfundsmæssige vanskeligheder med hensyn til planlægningen af samfundets udvikling kræver ubetinget større indsigt og forståelse end tidligere. Den afgørende lettelse i situationen skyldes imidlertid, at anvendelsen af tekniske hjælpemidler – strækkende sig fra enklere mekaniske bordregnemaskiner og elektroniske lommekalkulatorer til det mest moderne datamatiske udstyr – har præget administration og erhvervsliv i en grad, som

gør det ikke blot rimeligt, men samfundsmæssigt særdeles ønskeligt, at vægten med hensyn til arbejdet med tallene nu udpræget skiftes fra det træningsbestemte til det forståelsesmæssige, idet en vis talfærdighed dog stadig må kræves.

Det afgørende vil være, at eleven i forelagte opgaver med problemkarakter har fuld forståelse af, hvad der skal foretages med de angivne tal, og i hvilken rækkefølge og sammenhæng de forskellige talregninger skal gennemføres. Det vil endvidere være ønskeligt, at eleven ved beskæftigelse med enkle tal er i stand til at udføre simple beregninger hurtigt og med høj sikkerhed.

I beskæftigelsen med tallene og regningsarterne mødes en række begreber og faglige metoder, som hører ind under den matematiske disciplin *algebra*. I algebraen behandles lovmæssigheder for kompositioner (regningsarter). Love for addition og multiplikation, de indledende regler vedrørende ligningsløsning og udvidelsen af talområdet fra de naturlige tal til de rationale tal er altsammen spørgsmål, som behandles mere alment i algebraen.

En dybere forståelse af dette faglige område vil kunne opnås ved beskæftigelse dels med andre kompositioner end de sædvanlige regningsarter inden for tallene dels med regning inden for andre områder end tal, for eksempel sammensætning af særlige funktioner i geometrien.

Sådanne beskæftigelser vil give et begyndende kendskab til nogle algebraiske grundbegreber og til matematiske metoder, der anvendes inden for algebraen. Dette vil danne baggrund for en dybere forståelse af tal og talanvendelser, og samtidig kaste lys over andre områder af

faget. Derfor må eleverne i undervisningen møde eksempler på algebraisk betragtningssmåde, uden at der dog er tale om systematisk undervisning i algebraiske strukturer.

Relationsbegrebet er et af de mest centrale begreber i matematikken. Fortrolighed med dette og kendskab til særlige relationer som »mindre end«, »gå op i«, »stå vinkelret på« og »være kongruent med« vil være en nødvendig forudsætning for erkendelse af fagets rolle som beskrivelsesmiddel. Relationer optræder overalt i de valgte hovedområder. Det er således i forbindelse med arbejdet med kompositioner vigtigt at beskæftige sig med relationer i de betragtede mængder.

I mange problemsituationer er åbne udsagn (for eksempel ligninger) et vigtigt værktøj. Der vil især inden for algebraområdet være rige muligheder for at arbejde med åbne udsagn og mulighed for at erhverve færdighed i løsning af visse typer af ligninger og uligheder.

## 2.3. Geometri

Fra forsøg på at beskrive sider af vores omverden har geometrien udviklet sig til et særligt erkendelsesområde.

Dele af dette erkendelsesområde kan betragtes som rent beskrivende. Man interesserer sig for eksempel for, at kugler ligger inden i kasser, at linjer står vinkelret på hinanden, at punkter ligger på linje. Andre dele kan betragtes som beregnende. Der sættes mål på afstand, længder, vinkler, buer, flader m. m.

Ved den enkeltes erhvervelse og opbevaring af viden spiller grafiske repræsentationsmåder en stor rolle. Sagsforhold vil ofte være erindret i tilknytning til et diagram eller en anden form for illustra-



tion. Geometriske begreber vil på denne måde være til støtte for arbejdet med alle områder af faget.

Det er væsentligt, at en lang række matematiske strukturer kan mødes så at sige i geometrisk ikklædning, og desuden gennemtrænger den geometriske terminologi hele faget, idet ord som: »punkt«, »rum« og »afstand« i stor udstrækning anvendes inden for andre matematiske områder og ikke kun i geometrien. Sådanne anvendelser er naturligvis ikke tilfældige, men finder sted, hvor der er en rimelig strukturmæssig overensstemmelse mellem det behandlede emne og geometriens begreber. Der kan derved opnås en vis anskuelighed af begreberne, hvorved der kan vindes yderligere inspiration for tanken.

Opbygningen af geometrien kan fagligt ske på en række udvalgte grundbegreber som punkt, linje og afstand. Mange af de gloser, der dækker disse grundbegreber, bruges særdeles ofte i det almindelige sprog. Eleverne må gennem undervisningen opnå fortrolighed med sådanne geometriske grundbegreber.

Geometriske beskrivelsesmidler omfatter en lang række grafiske illustrationsmåder fra den mest primitive skitse til mere forfinede opstillingsmåder såvel som de forskellige symbolske illustrationsformer. Endvidere omfatter beskrivelsesmidlerne også rent fysisk fremstillede modeller af geometriske objekter. Eleverne må erhverve fortrolighed med anvendelse af sådanne grafiske beskrivelsesmidler, herunder også fremstilling af dem, for eksempel ved konstruktion.

Konstruktionsopgaver, der ikke er helt trivielle, har problemkarakter. Ofte kan sådanne opgaver først løses efter en om-

hyggelig analyse af en prøvefigur. Man antager det givne for opfyldt for så at søge andre egenskaber end de givne, som så nødvendigvis må være opfyldt for figuren. Analysen føres så langt frem, at man kan gennemføre en konstruktion på tegnepapiret af en figur, for hvilken i hvert fald de fundne nødvendige betingelser er opfyldt. Denne figurfrembringelse er dog ikke det centrale matematisk set. Det afgørende er, om man nu omvendt kan gennemføre et bevis for, at enhver figur, der har de ved konstruktionen sikrede egenskaber, også opfylder de givne krav.

Et sådant arbejde med konstruktion kan føre til fagligt set centrale overvejelser angående analyse og syntese. I forbindelse hermed må det anses for et mål for undervisningen, at den bidrager til erkendelse af deduktionens fremtrædende rolle i matematikken.

Geometriundervisningen må desuden give eleverne kendskab til en række områder af den beregnende geometri. Kendskab til beregning af omkreds, areal og rumfang, til udnyttelse af kongruens og ligedannedhed, til indretning og brug af skalaer vil være af betydning for den enkelte som baggrund for de praktiske livs situationer og for videreuddannelsen.

Det er et mål for geometriundervisningen, at eleverne erkender, at mange af fagets øvrige emner kan træffes i en geometrisk udgave. Ikke mindst algebraiske strukturer vil kunne illustreres på særdeles varieret måde i tilknytning til geometriske aktiviteter.

Ved formuleringen af vor tids matematik spiller funktioner og mængder af funktioner en fundamental rolle. Den

faglige udvikling har i forbindelse hermed bevirket, at grænserne mellem geometri og algebra i fagmatematikken er blevet helt udviskede. For at opnå et tidssvarende indtryk af de geometriske begreber er det derfor nødvendigt, at undervisningen omfatter væsentlige afbildninger om projektioner, flytninger og multiplikationer.

Gennem tiderne har geometrien haft en stærk placering som skolefag. Under den tidligere skoleordning startede det egentlige arbejde med området dog relativt sent i skoleløbet. Afstanden mellem det første møde med fagets grundbegreber og præsentationen af en deduktiv opbygning blev derfor lille. Ved at lade arbejdet med geometrien udstrække sig over hele skoleløbet kan der gives rimelig tid til, at de centrale grundbegreber kan fæstne sig, inden et mere systematisk arbejde med lovmæssigheder og sammenhænge begyndes.

## 2.4. Statistik og sandsynlighedsregning

Når talen er om tallene og om geometrien, finder alle det berettiget at henvise til disse områders fundamentale betydning for den enkelte og samfundet. Grunden er den indlysende, at disse områders begreber i bogstavelig forstand gennemtrænger vor hverdag. Dette gælder imidlertid også, omend på mere indirekte vis, for fagområderne statistik og sandsynlighedsregning, som er af afgørende betydning ved beskrivelser og analyser af samfundsmæssige forhold. Med udgangspunkt i disse fag opbygges teoretiske modeller til brug ved overvejelser

og beslutningstagen inden for alle samfundets områder, og gennem anvendelsen af statistik og sandsynlighedsregning, eller gennem anvendelse af fagområder, som bygger på disse grunddiscipliner, skabes grundlaget for afgørelser vedrørende planlægning, styring og kontrol af mange af samfundets processer.

Statistikken beskæftiger sig med beskrivelser af datamaterialer og med alle de processer, der knytter sig hertil. Ved en statistisk analyse af en samfundsmæssig situation vil en række opgaver derfor indgå i statistikerens arbejde: Efter en nærmere undersøgelse af den forelagte situation fastlægges først, hvilke data der kan komme på tale til belysning af det givne problem. Ofte må her foretages en udvælgelse af data blandt mange mulige. Dernæst må de ønskede data indsamles og registreres på passende måde. Derefter foretages den statistiske beskrivelse af det indsamlede datamateriale, og statistikerens udvælger til denne proces den mest formålstjenlige beskrivelsesmetode. Datamaterialet kan måske i én situation bedst fremlægges ved grafiske illustrationer, i en anden situation kan det derimod fremstilles mest overskueligt tabellarisk. Eller måske kan den information, der er indeholdt i datamaterialet, gives videre på fyldestgørende måde blot ved angivelse af nogle få karakteristiske talværdier, deskriptorværdier, som udregnes på grundlag af det givne statistiske grundmateriale. Først når den statistiske beskrivelse har fundet sted, kan datamaterialet fortolkes, og konklusioner af betydning for den betragtede praktiske situation drages.

Der må ofte drages konklusioner som rækker ud over det datamateriale, der direkte indgår i den statistiske analyse.

Dette forekommer, når de indsamlede observationer betragtes som en stikprøve fra en større grundmængde af mulige observationer. Fortolkningen af de opnåede resultater kan da ikke foretages med fuld sikkerhed, men må støtte sig på sandsynlighedsteoretiske overvejelser.

Ved undervisningen i statistik og sandsynlighedsregning i skolen kan ikke alle de ovenfor nævnte aspekter i den statistiske analyse gøres til genstand for en grundig omtale. Undervisningen må centreres om de to emners fundamentale begreber og disses anvendelser i situationer, som vedrører elevernes hverdag. Undervisningen må give eleverne en begrebsmæssig baggrund for dagligdags udtryk som chance, risiko og tilfældighed, og den må give eleverne mulighed for at opnå fortrolighed med elementære eksperimenter af stokastisk (tilfældig) art.

Eleverne må gennem undervisningen i statistik og sandsynlighedsregning nå frem til ved passende beskrivelsesmidler at kunne skaffe sig overblik over et indsamlet datamateriale. De må endvidere kunne udlede relevante oplysninger fra givne statistiske beskrivelser, og de må kunne tage stilling til holdbarheden af konklusioner og fortolkninger, der foretages i tilknytning til sådanne beskrivelser.

Beskæftigelsen med statistik og sandsynlighedsregning i skolen sker mest hensigtsmæssigt gennem en udbredelse over den samlede skoletid. Begrebsafgrænsningen kan med fordel indledes i en erfaringsindsamlende fase på de første klassetrin, videreføres i en mere præciserende og systematiserende fase på mellemtrinnet og afrundes i en ræsonerende

og vurderende fase på de seneste klassetrin.

Beskæftigelse med emner fra området statistik og sandsynlighedsregning giver anledning til et intimt samspil såvel mellem disse emner selv som med emner fra de to andre hovedområder. Emnernes begreber kan opbygges under brug af hjælpebegreber fra mængdelæren, herunder funktionsbegrebet, og geometrisk illustration kommer stærkt på tale ved den udbredte anvendelse af grafiske afbildninger.

## 2.5. Om samspil mellem fagets discipliner

Emnerne for undervisningen i regning/matematik er valgt fra tre af fagets hovedområder. På de første klassetrin vil eleverne imidlertid ikke have mulighed for at erkende disse forskellige områders særpræg. Her vil oplevelsessituationerne sædvanligvis indeholde arbejde med konkrete ting. Disse situationer vil for eleverne have et helhedspræg, medens underviseren vil vide, at der indgår træk fra forskellige fagområder og fra andre fag.

Ved ethvert arbejde med konkrete ting indgår elementer fra geometrien. Denne beskriver jo blandt andet det rum, hvori vi lever, og heri de figurer og legemer, vi træffer på. Ved enhver overvejelse over legemers opbygning og legemers indbyrdes placering i rummet vil et samspil mellem geometriske begreber og begreber fra algebraens og tallenes verden finde sted.

Som et eksempel på samspil mellem fagets discipliner på mellemtrinnet kan tænkes en situation, hvor man af en samling af forskelligt farvede kugler til-

fældigt skal udtage et bestemt antal kugler. To elever udfører i fællesskab eksperimentet 100 gange og illustrerer de 100 resultater ved et passende diagram. Ved udførelserne af eksperimentet og ved frembringelsen af diagrammet vil eleverne have anledning til at tale sammen under brug af dagligsproget suppleret med særlige ord og vendinger, der angår såvel sandsynlighedsregningens begreber (eksperiment, hændelse, udfald, hyppighed etc.) som geometriens begreber (kugle, kvadrat, rektangel, længde, bredde, koordinatsystem, samme form). At også tallene indgår ved samtalen er helt åbent; for det første foretages der en række optællinger, dernæst udregninger af forhold. Endvidere kontrollerer man udregningerne ved at undersøge, om summen af frekvenserne er lig med 1. Endelig vil registreringen af de 100 udfald såvel som frembringelsen af diagrammet være aktiviteter, som falder under den elementære deskriptive statistik.

Ovenstående forenkede og skematiserede undervisningssituation har været fremdraget til illustration af, at fagets discipliner kan spille meget nært sammen netop ved en beskæftigelse med materialer fra virkeligheden. Arbejdet med sådanne oplevelsessituationer må anses for at være særlig vigtigt, såfremt man har ønske om, at faget skal være praktisk anvendeligt for den enkelte. Problemsituationer i virkeligheden fremtræder normalt med et helhedspræg, og således at

det ikke uden videre kan ses, hvilke hjælpemidler man kan sætte ind for at nå til oversigt over eller endnu bedre til løsning af problemet. Ja, i en virkelighedssituation vil man endda sjældent på forhånd vide, om netop faget matematik vil være et primært hjælpemiddel ved et problems løsning.

Tænker man nu på dækningen af målene for et bestemt af fagets emner senere i skoleløbet, så kan man som udgangspunkt for undervisningen tage praktiske situationer, ved hvilke det pågældende emne opleves og erkendes i sit samspil med de øvrige. En sådan tilrettelæggelse forhindrer naturligvis ikke, at man periodevis koncentrerer arbejdet om en enkelt af fagets discipliner. Specielt vil det på højere klassetrin være hensigtsmæssigt at behandle delemner samlet, således at begrebssammenhænge og måske deduktive løb vedrørende delemnet kan komme til at stå så klart for eleven som muligt. Ved tilrettelæggelsen af en sådan emnepræget undervisning vil det være lærerens opgave at afveje, i hvilket omfang og på hvilke steder han ved den faglige opbygning vil inddrage beskæftigelse med konkrete materialer eller med eksempler, der har praktisk tilknytning. Sådanne undervisningsmomenter kan dels tjene til motivation, dels give baggrund for elevernes erkendelse af samspillet mellem fagets forskellige områder og det delemne, der står centralt i arbejdet i den pågældende periode.

### 3.1. Om begrebstilegnelse

I de foregående afsnit er der ved flere lejligheder blevet peget på, at indlæring af et begrebsindhold må tage sit ud-spring i situationer, der har oplevelsens præg. Man kunne måske forvente, at en klar sprogligt formuleret beskrivelse eller definition ville være tilstrækkelig til at befordre begrebstilegnelsen. Fastlæggelse af en definition er imidlertid et senere skridt i indlæringsprocessen end selve begrebsafgrænsningen; i særdeleshed på de første klassetrin. Det er væsentligt, at denne afgrænsning skal ske i den enkelte elev, og at den dermed er betinget af, at den pågældende har mødt et passende antal situationer, i hvilke begrebets kerne har været fastholdt, medens sider af situationen, der er uvæsentlige for begrebet, er blevet varieret. Det er således varierede oplevelsessituationer, der giver den enkelte anledning til at samle opmærksomheden om det fælles og til at se bort fra det forskellige, eller sagt med andre ord: anledning til at abstrahere begrebet.

Et andet vigtigt forhold ved den enkeltes begrebstilegnelse er, at den pågældende møder »objekter«, der har den omhandlede begrebsmæssige kvalitet, såvel som objekter, der ikke har den. Net-

op denne kontrast bevirker, at eleven kan inddele de af ham kendte objekter i dem, der har, og dem, der ikke har den egenskab, som er sagens kerne.

Et tredje vigtigt forhold ved begrebstilegnelsen er, at samme begrebsindhold bliver tilgængeligt for eleven i flere forskellige »ikklædninger«, eller sagt på anden måde, at samme begrebsmæssige indhold huskes af den enkelte i forskellige former. Der er her tale om en variation i mere overordnet forstand end ved det først omtalte princip for begrebsdannelse.

Det fremgår ovenfor, at indlæringsprocessen for hvert grundlæggende begreb må anses for at kræve mere end blot en formel præsentation på tavle eller i lærebog af en definitions-mæssig vedtægt. På denne baggrund må hele arbejdet med faget gennem det 10-årige skoleløb betragtes: Det ene primære begreb efter det andet skal tilegnes af den enkelte for derefter at indgå ved den pågældendes indre opbygning af (erkendelsen af) sekundære begreber. På denne måde fortsættes den faglige begrebsudvidelse gennem årene, idet den støtte, som læreren ved undervisningen giver den lærende i stedse højere grad kan baseres på mundtlige og skriftlige meddelelser.

Ved undervisningens organisering er det inden for de givne rammer lærerens ansvar at beslutte, hvilke detaillemner der skal arbejdes med, i hvilken rækkefølge de givne eller valgte emner skal tages, og i hvilket omfang hvert emne skal behandles. I denne forbindelse er det vigtigt at erindre, at begrebet faglige emner aftegner sig vidt forskelligt for elev og for lærer.

For den, der allerede er velkendt med matematikken, er den faglige viden ofte repræsenteret i klar emnemæssig afgrænsning. Læreren kan som regel for sig selv gøre klart, hvori hans kendskab til et enkelt fagligt område består, og han kan herunder præcisere sin viden i en systematisk opstilling, som måske endog svarer til et deduktivt løb gennem hele det pågældende stofområde.

En helt anden situation foreligger for den uerfarne, der skal indføres i et ukendt stofområde. Her kan man ved den enkeltes indlæringsproces kun i ringe grad udnytte den klare systematik og afgrænsning, som spiller så stor en rolle ved den erfarnes fordybelse i områdets enkelte emner. Man må da advare mod en organisering, ved hvilken undervisningen finder sted i adskilte discipliner.

### **3.2. Spiral organisering af undervisningen**

I det følgende er anført nogle betragtninger over en organisering, ved hvilken der kan opnås et intimt samspil mellem de forskellige faglige emner og begreber, og ved hvilken der samtidig er gode muligheder for at yde støtte til elever, som ikke måtte have opnået afklaring ved et tidligere møde med de behandlede faglige sammenhænge.

Ved en såkaldt spiral (eller koncentrisk) organisering af undervisningen behandles ethvert emneområde i flere forskellige etaper fordelt gennem hele skoletiden eller en vis del deraf. Behandlingen i den enkelte etape udformes under hensyntagen til det niveau, hvorpå eleven da befinder sig, og ved hver ny behandling af et område drages der omsorg for, at der knyttes bånd til det tidligere lærte under udnyttelse af de erfaringer, som er opnået ved arbejdet med andet stof i den mellemliggende periode. Dette indebærer specielt, at de første klassetrin i høj grad må baseres på beskæftigelse med konkrete materialer, idet der jo ikke her kan bygges på forudgående aktiviteter (i undervisningen) med det pågældende faglige spørgsmål.

Når en vis begrebsafgrænsning vedrørende et emne har fundet sted i en første etape, udnytter man den erhvervede viden med den dertil hørende sprogbrug og eventuelle symbolbrug ved et efterfølgende arbejde med tidligere behandlede emner, hvor man har brug for videregående øvelse eller dyberegående viden. Herved styrkes ikke blot begreberne fra det førstnævnte emne, men samtidig styrkes og udvides de andre begreber. I ethvert tilfælde, hvor man tager en emnekreds op, som længe har været relativt uberørt, vil man have let adgang til at foretage en vis tilbagegående »repetition«.

Det er fra ovenstående beskrivelse klart, at en spiral organisering af det faglige stof passer særdeles godt sammen med en undervisningsform, hvor udgangspunktet tages i oplevelsessituationer, som har helhedspræg. I sådanne situationer møder man jo de mange forskellige emner i et samspil, og dette sva-

rer udmærket til, at man ved den spirale organisering ofte arbejder med et ret vidt felt af faglige områder. Samtidig må det dog fremhæves, at den spirale organisering udmærket kan finde sted ved et arbejde, som holdes bundet til et enkelt større fagligt område.

Den lærer, som har besluttet sig for et indhold for en bestemt periode af undervisningen, og som dernæst overvejer dette indholds »fordeling« over den pågældende periode, kan finde støtte til sine overvejelser ved at planlægge under den omtalte spirale model. Lærers kendskab til fagets deduktive opbygning kan give en vis baggrund for en opdeling på hovedemner for arbejdet, og hans erfaring med hensyn til særligt vanskelige passager kan give anledning til yderligere opdeling i mindre etaper. »Blandingen« af etaperne kan dernæst ske under hensyntagen til samspilsmulighederne. Eksempelvis: »Når dette om tallene er til rådighed, kan dette fra geometrien tages op. Men først når disse geometriske begreber er fæstnede, kan der skabes motivering for denne udnyttelse af geometri og tal til illustration af flytningernes rolle«.

### 3.3. Faser i indlæring og undervisning

Ved undervisningens tilrettelæggelse og udførelse må der tages hensyn til det enkelte barns udvikling. Det vil sige hensyn, som ikke primært er fagligt begrundede.

Medens behandlingen af størstedelen af den matematiske emnekreds i folkeskolen tidligere fandt sted på de ældste klassetrin, er det nu hensigten at sprede stoffet over hele skoleløbet. Dette ønske skyldes dels karakteren og dels omfanget

af det stof, som det må anses for skolens opgave at gøre alment tilgængeligt. Kun ved en systematisk planlægning af begrebsdannelserne op gennem klassetrinene vil der blive tid til en hensigtsmæssig behandling.

Der findes mange områder, hvor det er særlig let at motivere yngre elever til aktiviteter, der giver dem nogle ønskede erfaringer eller færdigheder, medens det erfaringsmæssigt er meget vanskeligt at motivere ældre elever til at gøre de samme erfaringer, samtidig med at det kan konstateres, at de ældre elever ikke fra livet i almindelighed har fået disse begreber afgrænset tilstrækkeligt til en senere undervisning. Udbredelsen af stoffet over hele skoleforløbet skaber imidlertid en række faglig-pædagogiske problemer. Der må f. eks. foretages et valg af, i hvilken afvejning oplysning kan ske gennem verbal meddelelse kontra elevaktivitet med konkrete materialer, eller på hvilket tidspunkt en overgang fra en eksemplificerende til en mere formel matematisk definitionsmetode kan finde sted.

Med støtte i psykologiske hypoteser om barnets udvikling og byggende på læreres erfaringer kan barnets udvikling med hensyn til indlæringsprocessen groft karakteriseres ved følgende tre faser:

I de første skoleår præges elevens beskæftigelse med faget af *tilegnelse og brug af begreber og af tilhørende ord og symboler* i tilknytning til situationer, som er meningsfyldte for eleven.

I de midterste skoleår præges elevens beskæftigelse med faget af voksende *præcisering og systematisering* i forbindelse med den fortsatte brug af den stedse mere udvidede begrebskreds.

I de senere skoleår præges elevens faglige arbejde stedse dyberegående af *enkeltræsonnementer* og *slutningskæder* i forbindelse med den fortsatte brug af fagets begreber og den fortsatte præcisering og systematisering inden for den tilegnede begrebskreds.

Det er ikke hensigten med denne fremdragelse af tre forskellige faser i indlæringsprocessen at antyde, at der er nogen skarp adskillelse mellem faserne. Systematisering og præcisering finder åbenbart sted på alle alderstrin, og ræsonnementer indgår tilsvarende ved beskæftigelsen med faget både i de første skoleår og på mellemtrinnet. Et forsøg på at lægge faste bånd på undervisningen svarende til det for hver fase nævnte særpræg vil derfor være direkte u hensigtsmæssigt. En nærmere overvejelse af de tre etaper i skoletiden vil dog formentlig vise, at selve erkendelsen af det omtalte særpræg giver læreren udvidet baggrund for at tage stilling til de forskellige muligheder for tilrettelæggelse og udførelse af undervisningen.

### **3.3.1. Erfaringsindsamling, begrebsdannelse, sprogtilægnelse**

I de første skoleår kan undervisningen kun i ringe grad bygge direkte på meddelelser eller forklaringer fra læreren til den samlede klasse. Eleverne har vidt forskellige erfaringer fra de forudgående leveår samt vidt forskelligt ordforråd, og hertil kommer, at de samme ord og vendinger ikke behøver at dække over samme meningsindhold for de forskellige elever.

I disse første år vil hver elev gennem beskæftigelse med undervisningsmaterialer kunne uddybe sit erfaringsfelt og tilsvarende sit begrebsområde. Gennem læ-

rerens valg af materialer får klassens elever erfaringer og dermed et fælles begrebsområde, som gør samarbejdet og samværet med de andre elever i klassen udbytterigt.

Eleverne motiveres i fælles oplevelsessituationer til samtale om de ting, som de i bogstavelig forstand har i hænderne, og gennem samtaler med læreren – individuelt, gruppevis og klassevis – knyttes sproget sammen med de tilegnede begreber. Begreberne får navne, idet disse navne bruges i de oplevelsesfyldte situationer, hvor begreberne indgår. De mange forskellige trekantede ting, som eleven beskæftiger sig med, tjener til afgrænsning af begrebet »trekantethed« såvel som begrebet »en trekant«. Enhver af de trekantede plader er trekantet i kontrast til de plader, som er firkantede eller femkantede.

Senere i elevens udvikling vil »en trekant« opfattes i en ideal forstand som et geometrisk begreb. Til den tid vil eleven kende en række af almenyldige sætninger om trekanter, det vil sige sætninger, som gælder for enhver trekant. Disse sætninger handler om andre begreber (om andre tankemæssige objekter) såsom vinkler, højder, medianer, midnormaler, omkreds, areal.

For ethvert af disse begreber er der gennem årene i den enkelte elev foregået en stadig uddybning og en stedse videregående »idealiserings«, som har sin begyndelse i helt konkrete manipulationer med materialer som ståltråd, pibereensere, sugerør, pap, papir og saks, med hvilke eleven har dannet figurer, eller med materialer som papir, blyant, lineal og vinkelmåler, med hvilke eleven har frembragt tegninger af de ting, som han tidligere havde i hænderne.



frembragt tegninger af de ting, som hun eller han tidligere havde i hænderne.

Når eleven på mellemtrinnet eller på de højere klassetrin bliver i tvivl under sin tankemæssige beskæftigelse med begreberne, kan der gribes tilbage til et tidligere trin i begrebsopbygningen. Det kan blive nødvendigt at støtte tankegangen med en (måske meget grov) skitse på tegnepapiret eller med en meget omhyggeligt konstrueret tegning, på hvilken man kan se, hvordan sagen forholder sig; men det kan også – selv for den erfarne matematiker – blive nødvendigt at gå helt tilbage til manipulation med udklippede figurer eller rumlige modeller for at få »hold på tankerne«.

Eksemplerne i det foranstående er geometriske. Begynderen kan tilsvarende bruge de grundlæggende begreber vedrørende tallene, sandsynlighedsregningen og statistikken i tilslutning til motiveret beskæftigelse i situationer, hvor disse begreber har en rolle, som erkendes af eleven. Der er imidlertid en helt afgørende forskel på at addere to tal (i en for eleven meningsfyldt sammenhæng) og at forklare, hvad addition er, en afgørende forskel på at afgøre korrekt, hvilken hændelse der er den mest sandsynlige af to erkendte hændelser ved et eksperiment (som eleven selv er med til at udføre) og at forklare, hvad en hændelses sandsynlighed er, eller hvad »mere sandsynligt« skal betyde. Denne forskel mellem brug af begreber og af den tilhørende terminologi på den ene side og sproglig forklaring af begrebernes natur og af betydningen af de brugte ord og symboler på den anden side er særdeles væsentlig. På de første klassetrin må elevens brug af begreber og

sprog gå forud for elevens forklaring om de faglige sammenhænge.

### 3.3.2. Systematisering og præcisering

På de midterste klassetrin råder eleverne over en sådan mangfoldighed af faglige begreber, at en systematisering og præcisering vil være hensigtsmæssig. Naturligvis er der allerede på de foregående trin sket en vis strukturering af stoffet. Opdeling på emner og udnyttelse af ligheder og forskelle inden for de behandlede faglige områder er imidlertid i de første år baseret på erkendelse gennem erfaring og brug snarere end på ræsonnerende overvejelser vedrørende begreberne.

På de midterste klassetrin kan der træffes præcise aftaler vedrørende de enkelte begrebers rolle og vedrørende betydningen af de benyttede ord og symboler. Sådanne aftaler indgår naturligt i undervisningen, dersom denne er spiralt organiseret over det samlede skoleløb.

Hidtil har begreber og regler blot været brugt, nu tales der om dem, og der dvæles ved deres karakteristiske træk. På 4. og 5. klassetrin er beskrivelserne jævner formet end på 6. og 7. klassetrin, og på alle klassetrin i disse »midterste« år forberedes de mere præcise aftaler ved eksempler og øvelser, der motiverer eleverne til selvstændig indlevelse i og erkendelse af det begrebsindhold, som ønskes præciseret.

Den begrebsmæssige præcisering kan gennem disse klassetrin angå ikke blot fagets hovedemner, men også sådanne hjælpebegreber, der er af afgørende betydning ved formulering af matematiske tankegange, for eksempel grundbegreber fra mængdelære og logik og spørgsmål vedrørende funktioner og relationer.

Af særlig betydning er det, at eleverne nu kan udnytte enkelt-ræsonnementer og kortere slutningskæder på en mere bevidst måde end tidligere. Afgørende er det imidlertid, at ræsonnementerne angår det meningsindhold, som optager eleven: På baggrund af et taleksempel indser eleven, at en eller anden regel vedrørende tallene har almen gyldighed; på baggrund af en bestemt tegnet figur indser eleven, at en geometrisk sætning har almen gyldighed. Sådanne til eksempler bundne ræsonnementer baner imidlertid vejen for mere alment gennemførte beviser på senere undervisningstrin. Det vil i almindelighed være unyttigt at kræve reproductiv indlæring af ræsonnementer på de midterste klassetrin. Derimod vil det være særdeles ønskeligt, at eleverne ofte bringes i situationer, hvor de selv drager slutninger. Man kan i en vis forstand sige, at ræsonnementer bruges meget i denne fase af undervisningen; men at ræsonnementerne selv ikke endnu gøres til genstand for omtale eller overvejelse.

### 3.3.3. Den deduktive fase

I den foregående omtale af undervisningen på mellemtrinnet blev det nævnt, at eleverne gennem de første 6–7 års undervisning kunne opnå kendskab til en mangfoldighed af almengyldige matematiske læresætninger. De fleste af disse sætninger vil være blevet accepteret af eleverne ud fra overvejelser vedrørende bestemte eksempler. Sådanne overvejelser kunne imidlertid – med udbytte for eleverne – i stigende grad omfatte enkelt-ræsonnementer såvel som kortere slutningskæder, men ved alle beviser måtte det anskuelige og det indholds-bundne være dominerende.

På de senere klassetrin i folkeskolen

bliver det nu muligt at illustrere, hvorledes de mange sætninger, som eleverne er blevet fortrolige med, står i indbyrdes følgerelation. Til forståelse af den deduktive metode og af dennes rolle vil det dog på dette udviklingstrin være mere hensigtsmæssigt at beskæftige sig med mange korte deduktive løb gennem forskellige dele af stoffet end at søge en sammenhængende opbygning gennemført af enkelte emner.

Ved ethvert sådant deduktivt løb påvises det, at en række af de sætninger, som eleverne på forhånd ved brug har lært at værdsætte, er en følge af nogle få af disse sætninger. Mange elever har nu modenhed til at erkende rækkevidden af sådanne forbindelser mellem sætningerne, og for de særligt interesserede kan det blive en fængslende tanke, at man kan vælge forskellige udgangspunkter for et deduktivt løb gennem en vis samling sætninger. Erkendelse kan dermed opnås af vigtige aspekter vedrørende følgerigtighed og af de måder, hvorpå man sikrer sig en sådan.

Beskæftigelsen med de mange korte deduktive løb kan også tjene til at skabe forbindelseslinier gennem stoffet, hvilket atter kan bevirke, at eleven selvstændigt kan »genopbygge« en delvis glemt sammenhæng. For eksempel kan det detaljerede indhold af en sætning være glemt, mens ideen i bevisgangen erindres i en sådan form, at sætningen kan genetableres, når motivation herfor er til stede.

Ved bevisførelsen spiller de betragtede sætningers meningsindhold fremdeles på de højere klassetrin en afgørende rolle for eleven. Er der for eksempel tale om beviser vedrørende geometriske figurer, så vil elevens overvejelser være direkte knyttet til de forestillinger, som

fremkaldes ved arbejdet i tegneplanen. Specielt vil figurbetragtninger indgå i beviserne, således at eleven ser (og dermed indser), hvorledes sagsforholdene »må« være. Men også når talen er om bevisførelsen i de øvrige emner, vil binding til meningsindholdet være afgørende for »forståelsen« af beviserne. På denne baggrund er det rimeligt at omtale deduktionen i den her betragtede fase som en indholdsbounden deduktion.

På folkeskolens seneste klassetrin vil det imidlertid i voksende grad være muligt for elever under ræsonnementerne at se bort fra meningsindholdet, således at bevisernes rigtighed afgøres ud fra mere formelle betragtninger. For eksempel kan gældende relationer mellem de indgående matematiske objekter nu erkendes som vigtigere end selve objekternes karakter.

Ved arbejdet med de deduktive løb bør det på ingen måde tilstræbes, at alle de på forhånd kendte sætninger bliver inddraget. Der skal kun være tale om en illustration af den deduktive metode.

### 3.4. Induktive arbejdsformer

Den deduktive metodes fundamentale rolle i faget har været omtalt flere steder i det foregående. Man må imidlertid gøre sig klart, at kimen til størstedelen af de faglige opdagelser historisk set har været undersøgelser af bestemte eksempler fra det betragtede område eller forsøg med variation inden for allerede erkendte sammenhænge. Netop på baggrund af en åben og forsøgspræget holdning opnåede – og opnår – fagmatematikerne den indsigt, som muliggør en afsluttende systematiseret præsentation af de fundne resultater som led i en deduktiv opbygning.

Ved den traditionelle matematikundervisning i skolen – og den blev jo indledt på mellemtrinnet – har man naturligt nok lagt vægt på, at den systematiske og deduktivt prægede fremstilling af faget skulle blive kendt af eleverne. Man har imidlertid – med begrundelse i, at undervisningen lå ret sent i folkeskolens løb – kun givet eleverne meget begrænsede muligheder for at få en indledende oplevelse af de betragtede begrebsområder gennem individuel eksperimenteren.

I de sidste årtier har man ved forsøgsundervisning i matematik været interesseret i, om det ville være relevant at lade eleverne eksperimenterer individuelt med dette fags »råmaterialer«. Erfaringerne har herved vist, at indledende eksperimenter med matematiske sammenhænge let lader sig arrangere, samt at den enkelte elev herved får mulighed for i egen takt at nå til en første begrebsafklaring. Eleverne engagerer sig oplevelsesmæssigt i arbejdet; de bliver intrigerede ved vanskelighederne, som de selv har skabt sig; de glæder sig, når de kan gætte sig til en sammenhæng; de skuffes – og prøver med nye ideer – når en første gætning ved videre eksperimenteren viser sig at være ugyldig.

Der foreligger dog ikke nogen oplysning om, i hvilket omfang det eksperimenterende arbejde hensigtsmæssigt kan indgå i den samlede matematikundervisning. Ved en forklarende og meddelende undervisning vil man jo kunne oplyse om overordentlig mange sagsforhold, som den enkelte elev næppe kan eksperimenterer sig ind i. Det er imidlertid en kendsgerning, at kun et mindretal af eleverne har kunnet få rimeligt udbytte af meddelelserne og forklaringerne. Netop derfor vil det være afgørende,

at man finder frem til en afvejning, hvor den eksperimenterende indledning af arbejdet kan tjene som en passende baggrund for den meddelende og forklarende undervisning.

Som et eksempel på eksperimenterende arbejde kan tænkes på en situation, hvor en talmængde forelægges for eleverne. Den kan alt efter klassetrinnet være angivet blot ved en aftale: »Lad os tænke på de naturlige tal under 100«, eller den kan være forelagt på listeform. Stiller man nu et spørgsmål som følgende: »Kan I finde de tal, som ...«, hvor man på prikkernes plads angiver en eller anden egenskab, så man har startet en induktiv arbejdsituation. Man kunne for eksempel prøve at finde de naturlige tal som er mindre end 100, og for hvilke det gælder, at tallets kvadrat minus 1 er deleligt med 6. Sagt i et sprog for mellemtrinnet søger man altså her mængden af de naturlige tal  $x$ , for hvilke det gælder, at  $x$  er mindre end 100, og at 6 går op i  $x^2-1$ . Hvad sker der i den person, som accepterer problemet? Ja, lad os først antage, at den pågældende ikke for nylig har beskæftiget sig med et spørgsmål som det forelagte. Lad os dernæst antage, at den pågældende ikke er blevet afskrækket fra »at prøve sig frem«. Det vil da være nærliggende, om personen undersøger, om  $1^2-1$  er deleligt med 6, om  $2^2-1$  er deleligt med 6, osv. Men netop »og så videre« er allerede nu et springende punkt. Det er i hvert fald givet, at forskellige personer vil gennemføre forskellige antal af sådanne »eksperimenter«. Det er også givet, at registreringen af de fundne resultater sker på vidt forskellig måde. Nogle vil måske planløst notere de tal, som ved udregning viser sig brugelige, og måske vil de

pågældende også gennemføre udregningerne på tilfældigt udvalgte tal. Andre vil måske omhyggeligt nedskrive en del af talrækken for dernæst at kontrollere det ene tal efter det andet i den skrevne rækkefølge, idet de ledsager udregningerne med overstregning af navnene for de ubrugelige tal. Atter andre vil måske helt undlade at ledsage overvejelserne med nogen skriftlig registrering. De pågældende har imidlertid alle tilladt sig at eksperimentere med situationen, dette har ført dem til at observere karakteristiske træk – forskelle eller ligheder – mellem de forskellige enkelttilfælde, og dette har igen ført personen til at gætte eller, anderledes udtrykt, til at danne sig en hypotese. I det her betragtede simple tilfælde vil det være fælles for flertallet, at en regel for udvælgelse af de søgte tal melder sig, allerede når nogle få af de første hundrede naturlige tal har været til overvejelse. Måske lægger »forsøgspersonen« med tilfredshed blyanten fra sig efter blot nogle enkelte noteringer med bemærkningen: »Ja, men det er jo bare alle de naturlige tal, for hvilke det gælder at ...«, og med en sådan generalisering har den pågældende da udstrakt opgaven til at omfatte også naturlige tal, der er større end 100.

I det betragtede tilfælde vil det naturligvis være let for en matematiklærer at give et ræsonnement, i kraft af hvilket den ønskede delmængde af de naturlige tal kan nedskrives. Dette ræsonnement vil imidlertid ikke dukke op i læreren uden foranledning. Foranledningen kan selv hos den meget erfarne bestå i indledende induktive overvejelser. I kraft af sådanne eksperimenter med tilhørende overvejelser når læreren selv til en klar forståelse af en simpel regel til udvæl-

gelse af de søge tal, og han vil derefter kunne fremstille sagen deduktivt: »Et hvert sådan tal er brugeligt, fordi ..., og intet andet tal er brugeligt, fordi ... «.

Hvis eleverne skal få anledning til at opleve en række af bevidsthedstilstande, gennem hvilke der opstår en stedse tydeligere overbevisning om, at sagsforholdet må være på netop denne måde, og hvor de første elementer af et ræsonnement begynder at tage form, er det ikke tilstrækkeligt, at de bliver gjort bekendt med den erfarnes endelige formulering af ræsonnementerne. De må derimod gives lejlighed til at anvende en induktiv arbejdsform, hvilket vil åbne mulighed for, at eleven øger sin lyst til at lære, udfolder sin fantasi og opøver sin evne til selvstændig vurdering og stillingtagen.

### **3.5. Undervisning af handicappede**

Tendenser i tidens pædagogiske og politiske filosofi peger hen mod integrering af handicappede elever i den almindelige skole, ikke blot administrativt, men også pædagogisk og socialt, således at en del af de elever, der i dag undervises i institutioner og specialskoler, i fremtiden gerne skulle kunne fungere i en almindelig klasse.

Det må forudses, at en sådan integrering af børn med forskellige former for handicap vil kunne medføre særlige vanskeligheder i undervisningen, både af social og indlæringsmæssig art. I mange tilfælde må formålet for undervisningen og overvejelserne angående tilrettelæggelsen, som er anført i denne undervisningsvejledning, anses for at være rimelige og dækkende, idet særlige hjælpe-

midler dog vil være nødvendige. De støtteforanstaltninger, der eventuelt skal iværksættes, er naturligvis bestemt af handicappets art. I andre tilfælde vil overvejelser angående de anførte måls rimelighed over for eleven – især i forbindelse med det faglige indhold for de ældste klassetrin – føre til, at målene må modificeres. Hvor integrering finder sted, kan det være nødvendigt, at en speciallærer inddrages såvel i de metodiske og didaktiske overvejelser som i selve undervisningen.

Alt efter handicappets art kan det være nødvendigt at inddrage særligt sagkyndige (skolelæge, skolepsykolog etc.) i et samarbejde, der kan give det bedst mulige grundlag for en skolemæssig behandling, der tager sigte på specifikke vanskeligheder. Hvor handicappet er af fysisk art, er det fortrinsvis teknisk apparatur, der må være til stede, og dette må kunne betjenes af læreren. En forudsætning for en heldig integrering er, at den handicappede accepteres i klasse miljøet. Der bør derfor lægges vægt på det sociale i gruppen. Også forældresamarbejdet er af afgørende betydning.

Hvor handicappet skyldes eller følges af svag begavelse, vil det standpunkt, eleven kan nå i de forskellige områder af faget, kunne ligge langt fra det almindelige for elever med samme alder. Ofte vil sproglige barrierer og læsestandpunkt være hindrende for tilegnelsen af matematikken, og det kan være vanskeligt for eleven, måske umuligt, at slutte fra konkrete tilfælde til almen gyldige regler, ligesom eleven i højere grad end de øvrige elever kan have behov for et konkret meningsindhold i et ræsonnement. Matematiske beviser kan tabe deres mening, ved at eleven, selv om han kan ac-

ceptere hvert enkelt trin i beviset, ikke kan favne helheden.

I forbindelse med undervisning af intelligensretarderede elever kan særlig opmærksomhed rettes mod denne vejlednings mange bemærkninger angående omhyggelighed ved begrebstilegnelsen og anvendelse af konkretiseringer.

Hvor matematikundervisningen i klassen bliver for stor belastning eller må anses for at være uden værdi for den handicappede, bør den skolemæssige placering overvejes, eventuelt med henblik på optagelse i undervisningsklinik i faget regning/matematik.

### 4.1. Hovedområder for undervisningen

Hovedområder for folkeskolens undervisning i regning/matematik er

1. Tal og algebra
2. Geometri
3. Statistik og sandsynlighedsregning

Det vil sige, at undervisningens indhold for alle skolens klassetrin vælges fra disse områder, men således, at disse ikke ved tilrettelæggelse af undervisningen kommer til at stå som adskilte discipliner; de skal derimod støtte og belyse hinanden.

Til støtte for udarbejdelsen af lokale læseplaner har Undervisningsministeriet udsendt *Vejledende forslag til læseplan for faget regning/matematik i folkeskolen*. I dette forslag, der findes som bilag sidst i denne undervisningsvejledning, er indholdet beskrevet ved angivelse af en lang række faglige emner, fordelt over forskellige afsnit af skoleforløbet.

I beskrivelsen af indholdet er det kun muligt i overordnede vendinger at angive de emner, der kan eller skal indgå i undervisningen, og den valgte inddeling er kun foretaget for at lette oversigten. I den praktiske undervisning vil emnerne dog sjældent optræde isolerede, og eleverne vil således ofte være i situationer,

hvor en række begreber, der er nævnt under forskellige områder, er i spil samtidigt.

Ligeledes er det ofte kun muligt kort at beskrive emnerne ved brug af faglige udtryk, men det betyder naturligvis ikke, at disse fagudtryk skal gøres aktive for eleverne på de klassetrin, hvor de er nævnt.

Da den nærmere stofudvælgelse i videst muligt omfang skal foregå i samarbejde mellem læreren og eleverne, må indholdsangivelsen være af en passende overordnet karakter, som til den ene side fastlægger hovedområderne i overensstemmelse med loven og med fagets formål, og til den anden side åbner rimelige muligheder for udfyldning for den enkelte lærer og klasse.

Det er ikke i forslaget direkte udtrykt, i hvilken grad emnerne kan opfattes som et lærestof, alle elever ved afslutningen af undervisningen skal have parat viden om og bestemte færdigheder i, og i hvilken grad emnerne er at opfatte som områder, hvor der arbejdes med elevens alsidige udvikling som hovedmål. At begge aspekter er på tale, fremtræder klart såvel af forslaget som af formålsformuleringen i folkeskoleloven af 1975.

Angående det færdighedsmæssige forekommer det for visse af de angivne

emner umiddelbart klart, at der i undervisningen må stræbes mod høj grad af sikkerhed hos alle elever. Dette gælder eksempelvis regningsarterne anvendt inden for (mindre) hele tal. Herimod forekommer det for andre emner lige så klart, at høj grad af sikkerhed ikke kan forventes hos hver enkelt elev.

## 4.2. Om særlige faglige begreber og hjælpemidler

Af afgørende betydning for en tilegnelse af faglige begreber er de former, hvori disse præsenteres for eleven. Der må ved valg af repræsentationsformer tages hensyn til elevens udviklingstrin, men også til, hvad der er sædvane for matematisk fremstillingsform, således at der åbnes mulighed for læsning af supplerende stof.

Under arbejdet med hovedområdernes emner bør eleverne opnå fortrolighed med de mest elementære begreber fra mængdelæren. Disse grundbegreber medtages først og fremmest for at forklare og tydeliggøre faglige sammenhænge, men også fordi store dele af matematikken er udtrykt ved anvendelse af mængdelærens begreber. Begreberne »element i en mængde«, »delmængde«, »fællesmængde« og »foreningsmængde« bør være til rådighed på de mellemste klassetrin, og først herefter kan der blive tale om kendskab til visse symbolanvendelser i den forbindelse.

Åbne udsagn, variabelbegrebet, relationer og funktioner er fundamentale i matematikken, og i et arbejde med disse begreber vil anvendelse af mængder, herunder mængder af ordnede par, være særdeles hensigtsmæssig. En afklaring af disse begreber må finde sted på mellem-

trinnet, således at de kan stå ti) rådighed ved undervisningen på de sidste klassetrin. I arbejdet med bevisførelse, variabel og åbne udsagn vil en række logiske begreber være i stadig anvendelse. I meget stor udstrækning vil dette arbejde kunne fungere gennem den logik, der ligger i modersmålet – justeret på passende steder af hensyn til matematikkens sædvanlige tænkemåder – uden at hjælpebegrebet fra logik gøres til emnerne for undervisningen. Overalt i stoffet vil forskellige grafiske repræsentationsformer være af værdi, idet en hensigtsmæssig illustration ofte på særlig måde kan afdække strukturen i et problem eller fremkalde forestillinger om begreber.

Allerede på de første klassetrin anvendes forskellige diagramtyper som Venn-diagrammer, pile-, pinde-, søjle-, oste- og rutediagrammer, ligesom også anvendelse af egentlige grafer kan komme på tale. Af særlig vigtighed er koordinatsystemer, som foruden at være et egentligt emne for undervisningen i mange forbindelser kan være et stærkt hjælpemiddel allerede på mellemtrinnet.

I forbindelse med en af såvel samfundsmæssig som fagorienteret art vil nogle af datalogiens grundlæggende begreber med fordel kunne inddrages i undervisningen som hjælpebegreber. Blandt disse må især nævnes databegrebet og algoritmebegrebet.

En algoritme er en detaljeret plan, som på entydig og fuldstændig måde beskriver opdelingen af en proces i delprocesser. Overalt hvor der arbejdes med processer, der kan opdeles i en række operationer, som forløber i en nærmere fastlagt rækkefølge, vil algoritmebegrebet kunne inddrages og benyttes som et



værktøj og som beskrivelsesmiddel. Dette gælder såvel for elevernes arbejde med de simple beregningsalgoritmer, der grundlæggende for al talbehandling, som for deres beskæftigelse med mere omfat-

tende problemsituationer, hvor et tilsyneladende indviklet problem ofte gennem en algoritmisk strukturændring omformes til en række overskuelige og rutineprægede delprocedurer.

# Vejledende forslag til læseplan

# Bilag

*Undervisningsministeriets vejledning af 18. marts 1976.*

## Formålet med undervisningen

(Undervisningsministeriets bekendtgørelse af 24. september 1975 om formålet med undervisningen i folkeskolens fag, § 2): »Formålet med undervisningen er, at eleverne tilegner sig grundlæggende matematiske begreber og indsigt i udvalgte områder inden for faget.

Stk. 2. Undervisningen skal sigte imod, at eleverne erkender fagets rolle som beskrivelsesmiddel og den særlige stilling, som ræsonnementer har i faget. Eleverne skal opnå fortrolighed med, hvordan fagets begrebsområder opbygges.

Stk. 3. Det skal tilstræbes, at eleverne tilegner sig arbejdsmetoder, der kan sætte dem i stand til såvel på egen hånd som i samarbejde dels at erkende, formulere og løse problemer, dels at skaffe sig viden.

Stk. 4. Undervisningen skal medvirke til, at eleverne opnår færdighed i at bruge faget som beskrivelsesmiddel og øvelse i at løse praktiske problemer.«

## Undervisningens indhold

Indholdet i undervisningen vælges for alle skolens klassetrin fra områderne: 1) tal og algebra, 2) geometri, 3) statistik og sandsynlighedsregning. Der skal inden for disse hovedområder undervises

således, at disse ikke kommer til at stå som adskilte discipliner; de skal belyse og støtte hinanden således, at talbegrebet kommer til at stå som det helt centrale.

Der skal ved siden af mere øvelsesprægede opgaver også arbejdes med problemstillinger, der ikke har rutinemæssig karakter.

### 1.-2. klassetrin

Der arbejdes med de naturlige tal og nul, både som ordenstal og mængdetal, med det formål, at eleverne udvikler deres talforståelse.

Der tilstræbes forståelse af og færdighed i addition og subtraktion i titalsystemet. Arbejde med multiplikation påbegyndes. Tallene og regningsarterne skal anvendes i beskrivelser af situationer fra hverdagen.

Ved beskæftigelse med geometriske begreber som linjestykke, trekant, firkant, cirkel, kasse og kugle skal det tilstræbes, at eleverne opnår fortrolighed med geometriske former samt får forståelse af udtryk som f. eks. længere end – kortere end, højere oppe – længere nede, indeni – udenfor.

Der kan arbejdes med såvel standardiserede som ikke-standardiserede måleenheder som forberedelse til en mere syste-

matisk behandling af begreber som længde, areal og rumfang på senere klassetrin.

Det tilstræbes, at eleverne ser, hvorledes regningsarterne kan være hjælpemidler ved antalsbestemmelse, og at de i lette tilfælde er i stand til at vælge regningsart. Det tilstræbes endvidere, at eleverne i et passende talmateriale kan bestemme for eksempel det største tal, det mindste tal eller det hyppigst forekommende tal.

### **3.–5. klassetrin**

Der arbejdes videre med de naturlige tal og nul. Division indføres, senere også division med rest. Eleverne skal endvidere arbejde med multiplikation og division af større tal. Enkle brøker indføres, og simple eksempler på regning med disse kan omfatte addition og subtraktion. Der arbejdes med decimaltal inden for alle fire regningsarter. Negative tal nævnes; men en systematisk behandling af regning med disse tal påbegyndes først på 6.–7. klassetrin. Som støtte for talforståelsen kan der arbejdes med printal og sammensatte tal samt overslagsregning.

I forbindelse med brug af benævnte tal foretages lette omsætninger. Grundbegreber fra handelsregning som køb, salg, fortjeneste og tab behandles.

Funktionsbegrebet indføres gradvis gennem arbejdet med de forskellige emner. Eleverne skal indføres i brug af bogstaver som betegnelse for punkt, linje, tal m. v. Bogstaver anvendes endvidere som betegnelse for den ubekendte i simple ligninger og uligheder. Grundbegreber fra mængdelæren indføres for at hjælpe eleverne til en mere klar tankegang og en mere smidig udtryksform. I dette arbejde skal indgå såvel talmæng-

der, som mængder med elementer fra geometrien.

Der arbejdes videre med geometriske grundbegreber. Ved tegneøvelser belyses begreber som vinkel, parallel med, vinkelret, på, symmetri, lighedannethed og kongruens, og begreber som længde, areal, rumfang og vinkelstørrelse inddrages.

Der kan i arbejdet med de forskellige emner indgå kombinatoriske og statistiske overvejelser.

### **6.–7. klassetrin**

Regning med negative tal påbegyndes, og det tilstræbes, at eleverne opnår at beherske de fire regningsarter inden for de rationale tal. Eleverne skal kende potens med positiv hel eksponent, og elevernes opmærksomhed henledes på lovmæssigheder, der benyttes ved regning med tal. Der kan arbejdes hen imod en større forståelse af positionssystemet.

Der arbejdes med procentregning, og der arbejdes videre med grundbegreber fra handelsregning (herunder eksempler fra produktion og omsætning). Det tilstræbes, at eleverne opnår færdighed i skøn over størrelsesorden i beregnede resultater. Der arbejdes med diagrammer og tabeller. Reduktion af bogstavsudtryk samt opstilling og løsning af enkle ligninger og uligheder skal indgå i undervisningen.

Det retvinklede koordinatsystem indføres, og eleverne opøves i at aflæse koordinater og at indtegne billeder af simple udtryk. Der arbejdes fortsat med geometriske begreber som længde, areal, rumfang og vinkelstørrelse; på disse klassetrin rettes opmærksomheden i denne forbindelse mod særlige lovmæssigheder, for eksempel vinkelsum i en trekant og

vinkelstørrelser i regulære polygoner.

Som forberedelse til sandsynlighedsregning arbejdes desuden med eksperimenter, hvori der indgår træk af tilfældighed og sammenligning af chancer. I forbindelse med en statistisk behandling af et stort talmateriale kan grupperede fordelinger komme på tale.

## 8.–9. klassetrin

### *Grundkursus.*

Der arbejdes videre med de rationale tal, og i forbindelse med problemer, hvis løsning fører til resultater, der ligger uden for det allerede kendte talområde, omtales de reelle tal, specielt kvadratrødder og kubikrødder. Praktiske spørgsmål fra familieøkonomi (forbrugerøkonomi), handelsregning samt areal og rumfang skal indgå i undervisningen.

Funktionsbegrebet indgår i undervisningen ved beskrivelse af praktiske situationer og problemer, og i forbindelse hermed anvendes grafisk illustration. Eleverne øves fortsat i reduktion af bogstavudtryk, og der arbejdes videre med løsning af enkle ligninger og uligheder.

Der arbejdes med figurtegning (konstruktioner), og i forbindelse hermed tages emner fra tidligere klassetrin op, ligesom begreberne flytning og ligedannedhed indgår. Den pythagoræiske – og den omvendte pythagoræiske – læresætning medtages, bl. a. i forbindelse med trekanter tegnet i et koordinatsystem.

Eleverne skal se eksempler på, hvorledes der kan knyttes sandsynligheder til hændelser.

### *Udvidet kursus.*

Der arbejdes med de reelle tal, herunder

kvadratrødder og kubikrødder, idet det omtales, at de almindelige regneregler også gælder for reelle tal. Praktiske spørgsmål fra familieøkonomi (forbrugerøkonomi), handelsregning samt areal og rumfang skal indgå i undervisningen.

Funktionsbegrebet skal overalt i stof-fet indtage en fremtrædende plads. I forbindelse med funktioner anvendes grafisk afbildning, og begreber som definitivsmængde, værdimængde samt største og mindsteværdi inddrages. Ligeftrem og omvendt proportionalitet, lineære funktioner og lineære uligheder behandles. Til yderligere belysning af funktionsbegrebet, herunder begrebet vækst, kan også andre funktioner indgå, for eksempel eksponentialfunktioner. Eleverne øves fortsat i reduktion af bogstavudtryk, og der arbejdes videre med løsning af ligninger og uligheder.

Der arbejdes med figurtegning (konstruktioner), og i forbindelse hermed tages emner fra tidligere klassetrin op, ligesom begreber som flytning og ligedannedhed indgår. I behandlingen af det geometriske stof skal indgå bevisførelse, og eksempler på kortere deduktive løb medtages. Den pythagoræiske – og den omvendte pythagoræiske – læresætning medtages, bl. a. i forbindelse med trekanter tegnet i et koordinatsystem.

I forbindelse med beskrivelse af praktiske situationer ved data skal eleverne opøves i at bestemme sig for, hvilke data der skal behandles, og i nogle tilfælde bør de selv foretage indsamlingen; herunder kan begreber som opsummeret hyppighed og frekvens samt fraktiler behandles.

Eleverne skal se eksempler på, hvorledes der kan knyttes sandsynligheder til hændelser.

## 10. klassetrin

### *Grundkursus.*

Undervisningen omfatter de emner, som indgår i grundkursus for 8.-9. klassetrin. Begreberne uddybes og belyses i ny sammenhænge, blandt andet ved beskæftigelse med en række eksempler på fagets anvendelse i situationer af samfundsmæssig eller fagorienteret art.

### *Udvidet kursus.*

Undervisningen omfatter de emner, som indgår i udvidet kursus for 8.-9. klassetrin, idet funktioner, diagrammer, ligninger og uligheder skal have en central placering. Der skal arbejdes med line-

ære funktioner, lineære ligninger, og lineære uligheder, samt desuden med andengradspolynomier, andengradslingninger, andengradsuligheder og funktioner, hvis billede er en simpel hyperbel. Der skal endvidere arbejdes med statistiske begreber som hyppighed, frekvens, median og fraktil. I forbindelse hermed kan anvendes datamaterialer af samfundsmæssig eller fagorienteret art.

Der arbejdes videre med sandsynlighedsregning, således at eleverne bliver i stand til at anvende lette kombinatoriske overvejelser og sandsynlighedsregning i enkle situationer.

# Undervisningsvejledning for folkeskolen

## Hidtil udkommet

1. Dansk
2. Fremmedsprog
3. Undervisningsmidler
4. 1.-2. klasstrin
5. Idræt
6. Formning
7. Sløjd
8. Håndarbejde
9. Hjemkundskab
10. Musik
11. Geografi
12. Biologi
13. Kristendomskundskab
14. Fysik/kemi
15. Regning/matematik
16. Børnehaveklasser
17. Færdselslære
20. Sundhedslære
21. Maskinskrivning
24. Filmkundskab
25. Motorlære

## Under forberedelse

- Klasselærerfunktionen
- Historie
- Samtidsorientering
- Fotolære
- Drama
- Arbejdskendskab
- Elektronik
- Barnepleje
- Fremmede religioner og andre livs-anskuelser
- Uddannelses- og erhvervsorientering

Med hensyn til *seksualoplysning* henvises til »Vejledning om seksualoplysning i folkeskolen«, Folkeskolens Læseplansudvalg 1971.

Vedrørende spørgsmål om *undervisningslokalers* udformning og indretning henvises til »Projekteringsgrundlag for folkeskoler«, Folkeskolens Byggeudvalg 1973.

Un. 08,07-251

ISBN 87-503-1912-4